# Podsumowanie osiągnięć naukowych

- 1. Imiona i nazwisko : Valeriy Slipko
- 2. Stopnie i tytuły naukowe:
  - Magisterium z teoretycznej fizyki jądrowej z wyróżnieniem, Wydział Fizyki i Technologii, Charkowski Uniwersytet Państwowy, Ukraina, 1996
  - Doktorat z fizyki, Charkowski Uniwersytet Narodowy im. Wasyla Karazina, 2000 "Polaryzacja produktów reakcji jądrowych z udziałem lekkich jąder przy energiach pośrednich"
- 3. Historia zatrudnienia:
  - Asystent, Wydział Fizyki i Technologii, Charkowski Uniwersytet Narodowy im. Wasyla Karazina, 2000 2005
  - Adiunkt, Wydział Fizyki i Technologii, Charkowski Uniwersytet Narodowy im. Wasyla Karazina, 2005 2014
  - Doktor, Wydział Fizyki i Technologii, Charkowski Uniwersytet Narodowy im. Wasyla Karazina, 2014 2017
  - Adiunkt, Instytut Fizyki, Uniwersytet Opolski, od 2016
- 4. Osiągnięcia zgodnie z art. 16 (2) Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz.U. 2003 Nr.65, z późn. zmianami):

Jako osiągnięcia będące podstawą wszczęcia procedury habilitacyjnej przedstawiam cykl szesnastu monochromatycznych publikacji zatytułowanych

#### Dynamiczne i termodynamiczne właściwości silnie anizotropowych układów kwazicząstek w nadciekłym helu

składający się z następujących artykułów:

- [H1] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Evolution of a cool phonon pulse propagating in superfluid helium. *Physical Review B*, v. 68, 134507 (2003).
- [H2] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Signal of high energy phonons created by low-energy phonons in superfluid helium. *Physical Review B*, v. 69, 144525 (2004).

- [H3] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Evolution of a pulse of noninteracting quasiparticles with dispersion and initial angular width. *Low Temperature Physics*, v. 30, No. 6, p. 432-440 (2004).
- [H4] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Transverse evolution of cylindrical phonon pulse in superfluid helium-4. *Journal of Low Temperature Physics*, v. 138, No. 1/2, p. 67-72 (2005).
- [H5] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Longitudinal evolution of a phonon pulse in liquid <sup>4</sup>He. *Journal of Physics: Condensed Matter 17*, No. 19, p. 2859-2871 (2005).
- [H6] Adamenko I. N., Kitsenko Yu. A., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A.F.G. Quasiequilibrium distribution function of anisotropic phonon systems and the interaction of pulses of low energy phonons in superfluid helium. *Physical Review B*, v. 72, 054507 (2005).
- [H7] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Anisotropic system of quasiparticles in superfluid helium. *Physical Review Letters*, v. 96, 065301 (2006).
- [H8] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Thermodynamics of anisotropic phonon systems in superfluid helium. *Journal of Physics: Condensed Matter*, v. 18, 2805-2816 (2006).
- [H9] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Relaxation of Anisotropic Systems of Quasi-particles in Superfluid Helium. *Journal of Low Temperature Physics*, v. 145, Nos. 5/6, p. 387-407 (2006).
- [H10] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Second sound in the strongly anisotropic systems of thermal excitations of He II. *Journal of Low Temperature Physics*, v. 148, Nos. 5/6, p. 547-552 (2007).
- [H11] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. The unusual properties of anisotropic systems of quasiparticles in superfluid <sup>4</sup>He. Low Temperature Physics, v. 33, 767 (2007).
- [H12] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Collective modes in superfluid helium when there is a relative velocity between the normal and superfluid components. *Low Temperature Physics*, v. 34, 279 (2008).
- [H13] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Transverse sound in differentially moving superfluid helium. *Physical Review B* 77, 144515 (2008).
- [H14] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Second sound in an anisotropic quasiparticle system of superfluid <sup>4</sup>He. *Physical Review B* 79, 104508 (2009).
- [H15] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. On the influence of a finite relative velocity on first sound propagation in liquid <sup>4</sup>He II. *Journal of Molecular Liquids*, v. 151, Issue 1, p. 60-61 (2010).

[H16] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A. Formation of a mesa shaped phonon pulse in superfluid <sup>4</sup>He. Journal of Low Temperature Physics, v. 159, No. 3/4, p. 492-514 (2010).

W artykułach [H1]-[H16] miałem aktywny wkład w zdefiniowanie rozważanego problemu, w dyskusji wyników eksperymentalnych i teoretycznych, w przygotowaniu manuskryptu i wniosłem całościowy wkład obliczeń analitycznych i numerycznych za wyjątkiem obliczeń numerycznych rozpraszania w wyniku procesów trójfononowychw [H6]. Oceniam mój wkład na wynoszący 75% w artykułach [H1] - [H5], [H7] - [H15], 65% w artykule [H6], i 80% w artykule [H16].

## 1 Wstęp

Kinetyczne i termodynamiczne własności quasicząstek w ciekłym <sup>4</sup>He były badane od czasu pionierskich prac Landaua [1]. Przez długi jednakże koncentrowano się głównie na układach izotropowych i o niewielkim stopniu anizotropii (patrz, n.p. [2]).

Istnieje możliwość wytworzenia w nadciekłym helu układów quasicząstek charakteryzujących się dużą anizotropią (patrz, np. [3]-[7]). Fononowy impuls silnie anizotropowych quasicząstek może zostać wytworzony poprzez krótki impuls prądu, o czasie trwania  $10^{-7}$ - $10^{-5}$  s przepływający przez grzejnik zanurzony w nadciekłym helu. Jeśli temperatura objętościowa ma wartość poniżej 50 mK, twtedy wpływ wzbudzeń przez otoczenie jest pomijalny i impuls quasicząstek porusza się 'próżni quasicząstek' od grzejnika do detektora. Impuls quasicząstek posiada wypadkowy pęd wzdłuż kierunku normalnego do grzejnika, który definiuje oś anizotropii. W przestrzeni pędów, dystrybucja stanów obsadzonych jest silnie anizotropowa i kontrastuje to z układami izotropowymi quasicząstek, które nie posiadają wypadkowego pędu i nie mają określonego kierunku w przestrzeni pędów. Anizotropowe impulsy kwazicząstek w nadciekłym helu są wyjątkowumi układami fizycznymi, które prezentują ciekawe i nietypowe zachowanie. Jednym z najbardziej nadzwyczajnych zjawisk jest wytwarzanie wysokoenergetycznych fononów (h-fononów) o energii nieco powyżej 10 K z impulsu niskoenergetycznych fononów o energii charakterystycznej około 1 K (l-fonony) [7, 8].

Zależność pomiędzy energią a pędem w nadciekłym helu jest dobrze znana (patrz, na [2]). Zawiera ona część fononową  $\varepsilon_{ph}(p)$ , o niemal liniowej charakterystyce:

$$\varepsilon_{ph}(p) = cp\left(1 + \psi(p)\right),\tag{1}$$

gdzie  $c = 238 \text{ ms}^{-1}$  jest prędkością dźwięku w helu, i część rotonową  $\varepsilon_r(p)$ , która może być opisana przez parabolę:

$$\varepsilon_r(p) = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu},\tag{2}$$

gdzie parametry widma rotonowego równe są  $\Delta/k_B = 8.71 \text{ K}, p_0/\hbar = 1.91 \text{ Å}^{-1}, \mu = 0.161 m_4,$ i  $m_4$  jest masą atomową <sup>4</sup>He przy ciśnieniu zerowym [9].

Funkcja  $\psi(p)$ , która opisuje odstępstwa od liniowości zależności pomiędzy energią i pędem fononu jest niewielka ( $|\psi(p)| \ll 1$ ). Pomimo tego całkowicie determinuje typ oraz wielkość oddziaływań fononów (patrz, np. [10], [11]). Według [12], przy niskich ciśnieniach, funkcja  $\psi(p)$  jest dodatnia dla fononów o pędach posiadających pęd 0 . Jest to zakres pędówodpowiadający l-fononom, gdzie najszybsze rozpraszanie jest związane z procesem trójfono $nowym (3pp). [A1]. Dla małych wartości p funkcja <math>\psi(p) \sim p^2$ . Przy  $cp/k_B \approx 7$  K funkcja  $\psi(p)$  osiąga wartoć maksymalną  $\approx 0.04$ . Następnie funkcja  $\psi(p)$  maleje i osiąga wartość zero przy  $p = p_c$ . Dla  $p > p_c$ ,  $\psi(p)$  ma wartości ujemne, więc proces 3pp jest zabroniony przez zasady zachowania energii i pędu. W tym przypadku najszybsze rozpraszanie jest procesem czterofononowym(4pp). Jest to warunek pędu dla h-fononów. Przy ciśnieniu zerowym  $cp_c/k_B = 10$  K.

Czas charakterystyczny dla procesów trój<br/>fononowych  $\tau_{1\rightarrow 2}$  jest o kilka rzędów wielkości mniejszy niż dla procesów czterofononowych<br/>  $\tau_{2\rightarrow 2}$  [A2]. W wyniku tych różnych czasów relaksacji fonony w nadciekłym helu tworzą dwa układy: układ nisko<br/>energetycznych fononów o  $p < p_c$  (l-fonony), w których stan równowagi pojawia się w miarę szybko i układ wysoko-energetycznych fononów <br/>o $p > p_c$  (h-phonons), w którym stan równowagi ustala się raczej powoli.

Gdy pojedynczy, krótki impuls prądowy zostanie podany na grzejnik, bolometr rejestruje dwa impulsy fononowe. Szybszy impuls jest wywołany przez l-fonony a wolniejszy związany z h-fononami. Szereg eksperymentów, w tym z odparowywaniem kwantowym atomów <sup>4</sup>He z powierzchni swobodnej ciekłego helu [14], jednoznacznie dowiodło, że h-fonony wytwarzane są w objętości ciekłego helu a nie w grzejniku. Grzejnik przy krótkich impulsach o dużej mocy wstrzykuje głównie l-fonony, lecz przy dłuższych impulsach o małej mocy istnieje możliwość wytwarzania rotonów. Teoria, że impuls chłodnych fononów może wytworzyć gorące fonony była prezentowana w [8], [A2].

h-fonony wytwarzane są z l-fononów gdy układ próbuje osiągnąć stan równowagi. l-fonony w impulsie oddziaływują poprzez proces czterofononowy (4pp) i wytwarzają pary fononów o niskiej i wysokiej energii. Gdy energia wysokoenergetycznego fononu jest większa niż 10 K, jest on bardzo stabilny i nie może rozpadać się spontanicznie, w przeciwieństwie do fononów o  $\varepsilon < 10$  K. Wytworzone h-fonony są wydzielane z tła impulsu l-fononów z powodu różnych prędkości grupowych dla podukładów l- i h-fononów (odpowiednio 238 and  $\leq 189$  m/s) i tworzą drugi impuls. Podczas gdy h-fonony oddziaływują słabo, układ l-fononów osiąga stan quasirównowagi bardzo szybko poprzez szybkie procesy trójfononowe (3pp). Powoduje to, że l-fonony poruszają się jako całość z prędkością bliską prędkości dźwięku c = 238 m/s. Fonony te tworzą pierwszy impuls. Teoria ocenia wydajność procesu tworzenia h-fononów jako wysoką, gdy do ~ 50 procent początkowej energii l-fononów wzdłuż osi anizotropii może być przetworzona w energię h-fononów [8], [A2].

# 2 Dynamiczne i termodynamiczne własności silnie anizotropowych układów quasicząstek w nadciekłym helu

# 2.1 Sygnał wysokoenergetycznych fononów wytworzonych przez fonony niskoenergetyczne

W [H2] wychodząc od rozwiązania równania kinetycznego, otrzymano funkcję rozkładu, która daje koncentrację h-fononów wytworzonych przez krótki impuls l-fononów, w funkcji pędu, dla dowolnego punktu w przestrzeni i czasie. Rozwiązanie to pozwala nam na zapisanie bezpośrednio wyrażenia na gęstość strumienia energii, który determinuje amplitudę sygnału h-fononów na bolometrze. Z tego wyprowadzonego wyrażenia wynika. że czasowa zależność strumienia gęstości energii sygnału na bolometrze jako funkcja czasu może być rozdzielona na dwie części: głowę impulsu, gdzie amplituda rośnie od zera do wartości maksymalnej i ogon, gdzie amplituda maleje od maksimum do zera. Wyrażenie analityczne pozwala nam na analizę, które z h-fononów tworzą głowę i ogon, znalezienie szerokości połówkowej głowy i ogona oraz otrzymanie przybliżonego wyrażenia opisującego kształt głowy i ogona. Wychodząc od naszych wyników, znaleziono cząstkowy wkład h-fononów o danym pędzie do amplitudy sygnału bolometru w funkcji czasu. Dane eksperymentalne dotyczące czasowych zależności względnej amplitudy sygnału są porównane z wartościami obliczonymi teoretycznie. Obliczony sygnał zgadza się z mierzonym aż do czasu t = 55.8 ms. Dla t > 58 ms sygnał mierzony różni się od obliczonego. Jednakże, w pracy [13] zasugerowano, że stosunkowo duży sygnał mierzony przy t > 58 ms jest prawdopodobnie artefaktem.

Teoria rozwinięta w [H2] wyjaśnia szereg zjawisk obserwowanych dla krótkich impulsów o małej mocy [13]. Wśród tych zjawisk można wskazać na obserwowaną liniową zależność wysokości impulsu h-fononów od długości impulsu, dla impulsów krótkich oraz wzrost szerokości połówkowej głowy sygnału wraz ze zmniejszeniem mocy wejściowej dla względnie niskich mocy.

W dodatku do "zjawisk dynamicznych" rozpatrywanych powyżej, istnieją także bardzo interesujące "własności statyczne", w szczególności właściwości termodynamiczne anizotropowych układów quasicząstek, które omówimy poniżej.

#### 2.2 Własności termodynamiczne anizotropowych układów fononowych i fononowo-rotonowych. Stabilność termodynamiczna.

Dla izotropowych układów quasicząstek nie istnieje wyróżniony kierunek i wszystkie kierunki są równoważne. W tym przypadku funkcja dystrybucji zależy od wartości bezwzględnej pędu p i gęstości pędu quasicząstek jest równa zero.

Anizotropowe układy quasicząstek posiadają wyróżniony kierunek w przestrzeni pędów i funkcja dystrybucji n zależna jest od wektora pędu  $\mathbf{p}$  oraz gęstość pędu  $\mathbf{P}$ ,

$$\mathbf{P} = \int_{\Gamma_p} \mathbf{p} \ n(\mathbf{p}) \ \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3},\tag{3}$$

jest niezerowa ( $\Gamma_p$  jest tu obszarem całkowania w przestrzeni pędów).

Równowagowa funkcja dystrybucji anizotropowych układów quasicząstek musi dawać całkę zderzeń równą zeru. Także gęstość pędów powinna być niezerowa. Warunki te są spełnione przez rozkład Bosego-Einsteina który jest funkcją energii  $\varepsilon = \varepsilon(p)$  quasicząstek, temperatury T i prędkości unoszenia (dryfu) w:

$$n(\mathbf{p}) = \left[ \exp\left(\frac{\varepsilon(p) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{w}}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}.$$
 (4)

Funkcja dystrybucji n musi być dodatnia. W wyniku tego, prędkość unoszenia w może się zmieniać aż do minimalnej wartości prędkości fazowej quasicząstek, które tworzą układ:

$$0 \le w \le w_{max}, \text{ where } w_{max} = \left(\frac{\varepsilon(p)}{p}\right)_{min},$$
 (5)

która jest określona przez zależność energii quasicząstki  $\varepsilon$ od jej pędu p.

Z równań (5) i (1) wynika, że dla czystego układu fononowego minimum prędkości fazowej  $w_{ph}$  jest zbliżone do prędkości dźwięku c. Dla układu fononowo-rotonowego minimalna prędkość fazowa  $w_r \approx \Delta/p_0$  jest określona przez minimum rotonowe. Oprócz warunku (5), prędkość unoszenia w musi mieć wartość, która czyni układ stabilnym termodynamicznie. Ogólna nierówność termodynamiczna [15], która może być zastosowana do nadciekłego helu, określa linię stabilności termodynamicznej  $w = w_{st}(T)$ . Otrzymaliśmy krzywe stabilności dla anizotropowych układów fononowych [H8] oraz fononoworotonowych [H7]. Przy T = 0 odpowiednia maksymalna prędkość unoszenia pokrywa się z prędkością krytyczną Landaua dla odpowiedniego układu quasicząsteczek. Ta prędkość krytyczna maleje monotonicznie wraz ze wzrostem temperatury, lecz pozostaje zbliżona do  $w_{max}$ dla temperatur aż do  $T \sim 1$  K. Tak więc, silnie anizotropowe układy fononowe i fononoworotonowe są stabilne termodynamicznie aż do wysokich temperatur.

Stan quasirównowagowy jest wytwarzany w impulsie fononów, których czas relaksacji  $\tau_{phon}(\varepsilon)$  jest mniejszy niż czas trwania impulsu prądowego  $t_p$ . Nasze wyliczenia pokazują [A2], że w dostatecznie długim impulsie ( $t_p > 10^{-7}$  s), istnieją fonony w stanie quasirównowagi o energii aż do 11 K. Tak więc układ quasirównowagowy układ fononów może byc scharakteryzowany przez rozkład Bosego-Einsteina (4) aż do pędu niektórych fononów  $p_f < 11$  K.

Wprowadźmy  $\zeta = 1 - \cos(\theta)$ , gdzie kąt  $\theta$  jest kątem pomiędzy pędem fononu **p** a osią anizotropii z, skierowaną wzdłuż wektora prędkości unoszenia **w**. Wprowadźmy też parametr anizotropii  $\chi = 1 - w/c$ . Wtedy quasirównowagowa funkcja rozkładu fononów  $\chi = 1 - w/c$  może być zapisana w użytecznej do analizy postaci:

$$n_{ph}(p,\zeta) = \left[\exp\left(\frac{cp}{k_B T} \left\{\chi + \psi(p) + \zeta(1-\chi)\right\}\right) - 1\right]^{-1}.$$
 (6)

Dla izotropowego układu fononów parametr anizotropii  $\chi$  równy jest jedności i część zawarta w nawiasach klamrowych w eksponencie wyrażenia (6) jest bliska jedności. Dla silnie anizotropowych układów fononowych, parametr anizotropii  $\chi$  jest znacznie mniejszy od jedności.  $\psi(p)$  jest także małe i nawias klamrowy w eksponencie jest mały, gdy  $\zeta$  jest małe. W wyniku tego, gdy kąt  $\theta$  jest mały otrzymujemy dużą liczbę fononów. Typowe wartości eksperymentalne [7] wynoszą  $\chi = 0.04$  oraz T = 0.05 K;  $p_f = 11$  K.

W kierunkach zbliżonych do osi anizotropii, występuje duża liczba wysokoenergetycznych fononów (h-fonony) o energiach większych od 10 K, ponieważ dla tych fononów  $\psi(p)$  ma wartość ujemną i znosi się z  $\chi$  w funkcji dystrybucji (6). W wyniku tego, nawias klamrowy w eksponencie jest najmniejszy dla h-fononów. Duża liczba wysokoenergetycznych fononów w długim impulsie fononowym została nazwana rozkładem nadtermicznym [16], [17].

W kierunku prostopadłym do osi z liczba fononów jest taka sama jak dla przypadku izotropowego przy T = 0.05 K. Jest tak, ponieważ dla kierunku prostopadłego  $\zeta$  jest równe jedności i nawias klamrowy w funkcji dystrybucji (6) jest także bliski jedności. W tej temperaturze liczba fononów jest bardzo mała. Mamy więc do czynienia z nietypową sytuacją w silnie anizotropowym układzie fononowym; temperatura impulsu może być niższa od temperatury ciekłego helu, w który został on wstrzyknięty, lecz impuls posiada znacznie większą liczbę fononów niż hel.

Możemy zdefiniować stożek w przestrzeni pędów, który jest przekrojem izotropowego rozkładu Bosego dla fononów:

$$n_c(p,\theta) = \frac{\eta(\theta_c - \theta)}{e^{\frac{cp}{k_B T_p}} - 1}$$
(7)

Jeśli stożek ten ma kąt  $\theta_c$  równy 12 stopni i temperatura  $T_p$  rozkładu izotropowego wynosi 1 K, wtedy gęstość energii oraz pędów jest równa układowi anizotropowemu zdefiniowanemu przez wartości typowe  $\chi = 0.04$  oraz T = 0.05 K, które zostały wspomniane powyżej. Funkcja

rozkładu  $n_c$ , która zawiera funkcję schodkową  $\eta$ , jest przybliżeniem stożka Bosego. Zauważmy, że w tym stożkowym przybliżeniu nie występuje rozkład nadtermiczny.

Zależność pędowa funkcji dystrybucji energii E(p) jest określona dla dowolnych quasirównowag układów quasicząstek przez następujące wyrażenie [H11]:

$$E(p) = \int_{0}^{2} \varepsilon n(p,\zeta) p^{2} d\zeta = -\frac{k_{B}Tp\varepsilon}{w} \left\{ \ln \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon(p) - pw}{k_{B}T}\right) \right] - \ln \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon(p) + pw}{k_{B}T}\right) \right] \right\}.$$
(8)

Jak powszechnie wiadomo rozkład energii dla funkcji Bosego, gdy unoszenie jest równe zero, posiada jedno maksimum. Dla silnie nieizotropowych układów fononowych, o typowych wartościach eksperymentalnych  $\chi$  oraz T, widzimy że istnieją dwa niemal całkowicie odrębne podukłady: podukład fononów niskoenergetycznych, który tworzy pierwsze maksimum i podukład fononów wysokoenergetycznych, który wytwarza drugie maksimum [H8]. To drugie maksimum wywołane jest przez ujemną wartość funkcji dyspersji  $\psi(p)$  występującą dla h-fononów, która znosi  $\chi$  w równaniu (6), i jest rozkładem nadtermicznym.

W [H7] pokazujemy, że dla anizotropowych układów fononowo-rotonowych funkcja rozkładu energii quasicząstek posiada dwa odrębne maksima. Pierwsze jest wywołane przez fonony a drugie przez rotony. Część fononowa układu anizotropowego jest praktycznie zgodna z izotropową, co wskazuje na to, że podukład fononowy jest niemal izotropowy. Anizotropowe układy fononowo-rotonowe są wytwarzane gdy mamy nadciekły przepływ w wąskich kanałach gdzie składowa normalna jest w spoczynku. Powinny być także wytwarzane w bardzo długich impulsach w nadciekłym helu.

Naturalnym jest zdefiniowanie funkcji rozkładu kątowego, która charakteryzuje anizotropię podukładu quasicząstek następująco [H7] :

$$W_{p_1-p_2}(\zeta) = \frac{\int_{p_1}^{p_2} \varepsilon n(p,\zeta) p^2 dp}{\int_0^2 d\zeta \int_{p_1}^{p_2} \varepsilon n(p,\zeta) p^2 dp},\tag{9}$$

gdzie  $\zeta = 1 - \cos \theta$ , gdzie  $\theta$  jest kątem pomiędzy **p** oraz **w**, a granice całkowania po *p* są określone przez podukład.

W [H7] przedstawiamy funkcję rozkładu kątowego  $W_{p_1-p_2}(\zeta)$  dla l- oraz h-fononów, które tworzą pierwsze i drugie maksimum rozkładu energii dla funkcji Bosego (6) przy typowych wartościach eksperymentalnych  $\chi$  oraz T. Zauważmy, że h-fonony są skoncentrowane w pobliżu osi anizotropii, z węższym rozkładem kątowym niż l-fonony. To zachowanie było obserwowane w [18].

Dla silinie anizotropowych układów fononowo-rotonowych, funkcja rozkładu kątowego  $W_{p_1-p_2}(\zeta)$  pokazuje, że fonony tworzą słabo anizotropowe tło, podczas gdy podukład rotonowy jest silnie anizotropowy [H7]. Warte jest zauważenia, że większość energii jest w podukładzie fononowym podczas gdy pęd jest głównie w podukładzie rotonowym.

Funkcje termodynamiczne dla gazu quasicząstek mogą być znalezione na podstawie wyrażenia na gęstość energii swobodnej F:

$$F = k_B T \int \ln \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon(p) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{w}}{k_B T}\right) \right] \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3},\tag{10}$$

którą otrzymujemy dla wszystkich poziomów anizotropii [H11],

$$F = -\frac{(k_B T)^2}{4\pi^2 \hbar^3 w} \int p \, dp \left\{ L_2 \left( \frac{\varepsilon(p) - pw}{k_B T} \right) - L_2 \left( \frac{\varepsilon(p) + pw}{k_B T} \right) \right\},\tag{11}$$

gdzie

$$L_{\alpha}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} e^{-xn},$$
(12)

jest funkcja polilogarytmiczną  $\alpha$ -rzędu.

Gęstość entropii S, pojemność cieplna C, gęstość pędów  $\mathbf{P}$ , gęstość energii E oraz gęstość składowej normalnej  $\rho_n$  mogą być otrzymane przez różniczkowanie gęstości energii swobodnej F.

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T}, \quad C = -T\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}, \quad \mathbf{P} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{w}}, \quad E = F + TS + Pw, \quad \rho_n = \frac{P}{w}. \tag{13}$$

Przy różniczkowaniu, należy zauważyć, że  $dL_{\alpha}(x)/dx = -L_{\alpha-1}(x)$ .

Nasze obliczenia pokazują, że temperaturowe zależności funkcji termodynamicznych dla silnie anizotropowego układu fononów, różnią się zasadniczo od przypadku izotropowego [H8]. Wartości funkcji termodynamicznych silnie anizotropowych układów fononowych są znacznie większe niż dla układów izotropowych przy tej samej temperaturze, ponieważ zajmują różne objętości w przestrzeni pędów. Na przykład, przy tej samej temperaturze, gęstość energii silnie anizotropowego układu o typowej wartości  $\chi$  jest ponad trzy rzędy wielkości większa niż dla izotropowego [H8].

Ogólne wyrażenie (11) dla układów rotonowych może zostać uproszczone [H7]:

$$F_r = -\frac{\sqrt{\mu}p_0 \left(k_B T\right)^{5/2}}{\left(2\pi\right)^{3/2} \hbar^3 w} \left\{ L_{5/2} \left(\frac{\Delta^*(w)}{k_B T}\right) - L_{5/2} \left(\frac{\Delta^*(-w)}{k_B T}\right) \right\},\tag{14}$$

gdzie zapisujemy  $\Delta^*(w) = \Delta - p_0 w - \mu w^2/2.$ 

Należy zauważyć, że trzeci człon w  $\Delta^*(w)$  nie może zostać pominięty, ponieważ w silnie anizotropowych układach (przy  $w \approx w_{max}$ ) ma on wartość podobną do różnicy pomiędzy członem pierwszym i drugim.

Przy niskich wartościach x, które stosuje się np. do silnie anizotropowego gazu rotonowego, przydatne jest przepisanie szeregów (12) jako szeregi potęg x [H7]:

$$L_{\alpha}(x) = \Gamma(1-\alpha)x^{\alpha-1} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}\Gamma(1+n-\alpha)}{\pi n!(2\pi)^{n-\alpha}} \sin[\frac{\pi}{2}(n-\alpha)]\zeta(1+n-\alpha)x^{n}, \quad (15)$$

gdzie  $\Gamma$  jest funkcją gamma Eulera;  $\zeta$  jest funkcją dzeta Riemana i  $\zeta(1/2) \approx -1.46$ .

Jeżeli  $w = w_{max}$  wtedy  $\Delta^*(w) = 0$  i funkcja  $L_{5/2}(0)$  równa jest  $\zeta(5/2)$ . W takim przypadku, gdy temperatura maleje, energia swobodna anizotropowego podukładu rotonowego maleje jak  $T^{5/2}$ , zgodnie z równaniem (14). W tym samym czasie energia swobodna słabo anizotropowego układu fononowego zmienia się jak  $T^4$  [2].

Ta zależność temperaturowa daje niezwykłą właściwość: w silnie anizotropowym układzie fononowo-rotonowym w nadciekłym helu, wszystkie termodynamiczne własności helu, we wszystkich temperaturach są określone przez rotony [H7]. To zachowanie silnie kontrastuje z

przypadkiem izotropowego układu quasicząstek, gdzie rotony "zamarzają" szybciej niż fonony i dla temperatur mniejszych od 0.5 K wkład rotonów może być zaniedbany.

Widzimy, że silnie anizotropowe układy fononowe i fononowo-rotonowe są stabilne termodynamicznie w szerokim zakresie temperatur i mogą być zrealizowane w eksperymentach. Funkcje termodynamiczne silnie anizotropowych układów fononowych i fononowo-rotonowych posiadają nietypowe zależności temperaturowe, które są zasadniczo różne od tychże dla układów izotropowych.

W pracy [H9] badaliśmy relaksację nieograniczonych i anizotropowych układów quasicząstek w ciekłym <sup>4</sup>He, o określonych początkowych wartościach pędu  $\mathbf{P}_{0}$  i gęstości energii  $E_{0}$ . Charakter oddziaływań quasicząstek prowadzi do trójfazowej relaksacji. Pierwszą fazą jest gwałtowne wytworzenie quasistacjonarnego układu niskoenergetycznych fononów. Ten układ przekształca się w inny quasistacjonarny układ, który zawiera fonony zarówno o wysokiej jak i niskiej energii. Ostatecznie układ ewoluuje do stacjonarnego układu fononów i rotonów. Temeperatura T i prędkość unoszenia w są ustalane dla zamkniętego układu quasicząstek podczas jego relaksacji. Pozwala to na badanie rozkładów energii oraz kątowych rozkładów pędu jak i funkcji termodynamicznych układu quasicząstek na każdym etapie jego ewolucji.

Te quasirównowagowe układy fononowe jak i równowagowe układy fononowo-rotonowe mogą być opisywane przez funkcję rozkładu Bosego-Einsteina (4) z temperaturą T i prędkością unoszenia **w** [H6]. W [H9] było pokazane, że dla zamkniętego układu anizotropowego quasicząstek istnieje jedyne rozwiązanie  $T = T(E_0, P_0)$  oraz  $w = w(E_0, P_0)$ . Rozważane są warunki istnienia tego rozwiązania.

Obliczenia pokazują (patrz [H9]), że gdy układ początkowy jest silnie anizotropowym układem fononowym, końcowy układ fononowo-rotonowy będzie miał mniej anizotropii. Również relaksacja słabo anizotropowego układu fononowego może dać bardziej anizotropowy układ fononowo-rotonowy.

Dla anizotropowych układów quasicząstek, pokazano że funkcja rozkładu energii quasicząstek ma dwa wyraźne maksima na każdym stadium relaksacji. To kontrastuje z rozkładem izotropowym, który ma tylko jedno maksimum. Pierwsze maksimum jest dla fononów termicznych a drugie jest quasicząstek o znacznie większej energii [H9]. Po pierwszym stadium relaksacji, fonony zawierające się w pierwszym maksimum mogą być niemal izotropowe w porównaniu z anizotropią quasicząstek tworzących drugie maksimum. Zjawisko skoncentrowania h-fononów wzdłuż osi anizotropii było obserwowane w eksperymentach [H18].

W końcowym układzie fononowo-rotonowym, istnieje możliwość wystąpienia sytuacji gdzie silnie anizotropowy podukład rotonowy wnosi niemal cały pęd do układu, a słabo anizotropowy podukład fononowy stanowi niemal całkowity wkład to całkowitej energii układu [H9].

W [H9] zostało pokazane, że entropia rośnie podczas przejść z jednego stanu relaksacji do następnego jak można oczekiwać zgodnie z prawami termodynamiki. Podczas przejścia z fazy 1 do fazy 2, entropia l-fononów lekko maleje a entropia wytworzonych h-fononów lekko wzrasta. To bardziej niż kompensuje spadek entropii l-fononów i entropia całkowita nieco wzrasta. Gdy układ przechodzi z fazy 2 do fazy 3 znikają h-fonony a wzrastają rotony i rośnie entropia rotonów. Jednakże entropia l-fononów wzrasta znacznie bardziej i jest dominującym składnikiem do całkowitej entropii fazy 3. Jest tak z powodu przejścia l-fononów z silnie anizotropowego układu w fazie 2 do słabo anizotropowego układu w fazie 3, co opowiada dużemu zmniejszeniu się pędu w układzie l-fononów [H9].

## 2.3 Oddziaływanie impulsów niskoenergetycznych fononów. Zjawisko gorącej linii.

Wykonano eksperymenty, w których dwa krótkie impulsy fononów (płaty fononów) są zmuszane do zderzenia [19]. Gdy kąt między normalnymi do tych dwóch płatów jest mniejszy niż 13°, istnieje silne oddziaływanie wzdłuż linii przecięcia tych dwóch płatów. Amplituda sygnalu l-fononów jest większa niż suma sygnałów od impulsów które przemieszczają się niezależnie do bolometru. Oddziaływanie pomiędzy tymi dwoma płatami staje się słabsze gdy kąt pomiędzy tymi dwiema normalnymi jest większy niż 13°. Odkryto także, że oddziaływanie jest pomijalne gdy ciśnienie zostanie zwiększone do 19 bar [20].

Opracowana została teoria tego zjawiska [H6]. Jeśli czas przejścia impulsu fononowego przez daną objętość nakładania się dwóch płatów jest większy od czasu rozpraszania fononów  $\tau_{3pp}$ , fonony z tych dwóch impulsów mają dość czasu aby oddziaływać ze sobą. Kąt pomiędzy pędami dwóch nadchodzących fononów musi być mały aby wystąpił proces trójfononowy. Oddziaływanie to tworzy nowy układ anizotropowy, gorącą linię, który propaguje wzdłuż osi całkowitej symetrii. Sygnały z gorącej linii są znacznie większe niż suma sygnałów, które poruszają się niezależnie do bolometru ponieważ energia przekierowana na bolometr z kurczących się płatów fononowych jest w kształcie gorącej linii.

Jeśli czas przejścia impulsów fononowych przez objętość nakładania się tych dwóch płatów jest mniejszy od czasu rozpraszania fononów  $\tau_{3pp}$ , wtedy fonony z tych dwóch impulsów nie mają czasu aby oddziaływać. Zdarza się tak gdy kąt pomiędzy dwoma płatami jest duży lub gdy prędkość rozpraszania 3pp jest zmniejszona przez zastosowanie ciśnienia. Wtedy gorąca linia nie formuje się ponieważ impulsy przechodzą jedne przez drugi bez oddziaływania

#### 2.4 Podłużna i poprzeczna ewolucja chłodnego impulsu fononowego

Przy ciśnieniu 19 atm, dyspersja fononów staje się normalną [21]. W tym wypadku szybkie trójfononowe procesy są zabronione przez zasady zachowania energii i pędu a procesy czterofononowe są słabe. Stąd możliwe jest wytworzenie impulsu prawie nieoddziałujących fononów, które poruszają się w "nadciekłej próżni" wytworzonej przez HeII. Wyniki eksperymentów badających ewolucję takich impulsów tworzonych przez słabo oddziaływujące fonony są prezentowane w [22], [23].

W pracy [H3] badana jest teoretycznie ewolucja impulsu nieoddziałujących quasicząstek, wywołana ich różnymi prędkościami oraz różnymi rozkładami kątowymi ich pędów. Znaleziono równania opisujące kształt powierzchni impulsu w dowolnym momencie czasu. Czas początku, końca i czasu trwania gęstości strumienia energii quasicząstek jest określony dla ogólnego punktu w przestrzeni. Gęstość energii quasicząstek jest rozważana dla dowolnych czasów i położeń i pokazano, że obszar o dużej gęstości energii, w środku impulsu jest równy, przy pewnych warunkach. gęstości energii początkowej. Te wyniki teoretyczne są dyskutowane w odniesieniu do danych eksperymentalnych ewolucji nieoddziałujących fononów w nadciekłym helu [22], [23]. Jest to pierwszy krok do rozwiązania problemu odwrotnego, które pozwoli nam na wyprowadzenie początkowych charakterystyk impulsu fononowego, wytworzonego przez grzejnik, na podstawie sygnałów zarejestrowanych w różnych punktach w przestrzeni.

W eksperymentach [24] dokonano szczegółowych pomiarów czasowych rozkładów kątowych l-fononów przy ciśnieniu par nasyconych, dla kilku różnych mocy i czasów impulsu aby zbadać ich rozwój czasowy i przestrzenny. Wycałkowane po czasie rozkłady kątowe l-fononów, dla kilku mocy wejściowych i kilku czasów trwania jasno pokazują stały obszar centralny z malejącym zewnętrznymi obszarami, w kształcie płaskowyżu.

Taki rozkład energii fononów nie może wystąpić w zakresie balistycznym. W tym przypadku mamy cosinusopodobny, wypukły rozkład kątowy, jaki wynika zarówno z eksperymentów przy wysokich ciśnieniach jak i z roważań teoretycznych (prawo Lamberta).

Teoria [H1] ewolucji impulsów l-fononowych była opracowana dla przypadku chłodnych impulsów, kiedy kreacja h-fononów jest pomijalna. W tym wypadku ewolucja wzdłuż oraz prostopadle do osi anizotropii, są badane przy założeniu natychmiastowej relaksacji układu l-fononowego. Jest to dobre przybliżenie ponieważ czas charakterystyczny procesów trójfononowych jest mniejszy o dwa rzędy wielkości niż jakikolwiek odpowiedni czas tego problemu [A1]. W artykule tym użyliśmy przybliżenia stożka Bosego (7) dla funkcji rozkładu silnie anizotropowego układu fononowego.

W [H1] zostało pokazane, że pomimo dyspersji prędkości l-fononów, impuls l-fononowy porusza się jako całość, bardzo powoli zmieniając kształt. Kontrastuje to z przypadkiem impulsu nieoddziałujących fononów, który wykazuje znaczną dyspersję [22], [23] oraz [H3].

Teoria [H1] dla ewolucji poprzecznej długiego impulsu daje rozkład kątowy l-fononów wywołany rozszerzaniem się na boki. Ponieważ ma on kształty zaokrąglone, sugerujemy że kształt płaskowyżu powstaje wskutek wytwarzania sie h-fononów, w gorętszym obszarze centalnym l-fonony spalają się szybciej, podczas gdy chłodniejsze, zewnętrzne skrzydła zmieniają się nieznacznie. Jest to wywołane bardzo silną zależnością prędkości tworzenia h-fononów od gęstości energii l-fononów. Interpretację tę wspiera fakt, że suma rozkładów kątowych l- oraz h-fononów nie ma kształtu płaskowyżu a jest zaokrąglona.

W [H4] rozważana jest poprzeczna ewolucja długiego impulsu w przypadku symetrii cylindrycznej. Otrzymany rozkład kątowy gęstości energii fononów jest podobny do uzyskanego dla przypadku płaskiego [H1].

Należy zauważyć, że ogólny problem ewolucji przestrzennej skończonego impulsu l-fononowego, z adekwatnie zgodnym uwzględnieniem tworzenia h-fononów, pozostaje wciąż nierozwiązany teoretycznie.

W [H5] wyprowadziliśmy układ równań opisujący ewolucję impulsu l-fononów w nadciekłym <sup>4</sup>He z dokładnie określoną funkcją rozkładu lokalnej równowagi silnie anizotropowego układu fononów. Dla przypadku płata fononów, przy zaniedbaniu poprzecznej deformacji, otrzymaliśmy równanie, rozwiązaniem którego jest prosta fala biegnąca. Rozwiązanie to opisuje wzdłużną deformację temperatury układu fononów, przy spełnieniu warunku natychmiastowej relaksacji l-fononów, gdy pomijamy zjawisko tworzenia h-fononów, tzn. przy niezbyt dużych temperaturach impulsu l-fononów.

Wcześniej, w pracy [H1] rozważaliśmy ewolucję układu l-fononów opisanego przez rozkład stożkowy. Rozkład ten posiada główną charakterystykę silnie anizotropowego układu fononów, lecz nie jest dokładnie rozkładem lokalnej równowagi dla całki zderzeń fononów. Ponadto rozkład stożkowy posiada różną zależność pędową. Pomimo tego obie funkcje rozkładu dają jakościowo takie same wyniki nie tylko dla ewolucji poprzecznej [H1], [H4], lecz także dla wzdłużnej deformacji impulsu fononowego. Faktycznie w [H1] otrzymaliśmy ten sam typ równania, różniący się jedynie jakościowym zachowaniem prędkości z jaką porusza się temperatura. Możemy więc zatem, tak jak w [H1] podsumować, że pomimo raczej dużej dyspersji fononów, impuls silnie oddziałujących fononów deformuje się raczej powoli aż do stopnia gdy różnica  $v(T_{max}) - c$ , gdzie  $T_{max}$  jest maksymalną temperaturą impulsu. Impuls fononów ukształtowany przez słabo oddziałujące fonony zdeformowałby się natomiast znacznie silniej [H3].

Współczesna technika pomiarowa zastosowana w [24] nie pozwala na zmierzenie wzdłużnej struktury impulsu l-fononowego. Jednakże, dla nieoddziałujących impulsów fononowych dyspersja skutkowałaby łatwo wykrywalną strukturą podłużną [H3], która mogłaby zostać odkryta ekesperymentalnie. Możemy zatem stwierdzić, że eksperyment [24] potwierdził że l-fonony oddziaływują silnie.

## 2.5 Propagacja dźwięku w silnie anizotropowym układzie quasicząstek

Mody dźwiękowe w stacjnonarnym (w = 0) helu oraz gdy w jest małe, były badane od wielu lat lecz analiza propagacji dźwięku przy dowolnym w nie była do tej pory wykonana.

Silnie anizotropowe układy fononowe w nadciekłym helu są najbardziej interesujące z punktu widzenia eksperymentów [25], [26] gdzie wytworzono silnie anizotropowe układy (impulsy fononowe) spełniające warunek  $\rho_n \ll \rho$ . Te układy fononowe charakteryzują sie dużymi wartościami względnej prędkości w, które bliskie sa prędkości krytcznej Landaua gdzie są tylko fonony. Jest bezpośredni dowód na to: impuls fononowy propaguje w nadciekłym helu jako całość, z prędkością nieodróżnialną od prędkości krytycznej Landaua dla fononów. Zauważmy, że dla fononów o liniowej zależności energia-pęd  $\varepsilon(p) = cp$ , prędkość krytyczna Landaua równa jest c.

Wiadomym jest, że w warunkach stacjonarnych niemożliwe jest wytworzenie stanu nadciekłego w helu o prędkości względnej bliskiej prędkości krytycznej Landaua. Jednakże w impulsach fononowych o czasu trwania około  $t_p = 10^{-5} - 10^{-7}$ s, możliwe jest wytworzenie dużych wartości prędkości względnej  $w \approx 0.98c$  bez złamania stanu nadciekłości. Z drugiej strony, w eksperymentach [19], [25], [26] czas trwania impulsu fononowego jest znacznie dłuższy od czasu osiągania równowagi, głównie z powodu oddziaływania przez procesy trójfononowe, o czasie charakterystycznym  $t_{3pp} \sim 10^{-8}$ s dla tych samych warunków eksperymentalnych [19], [25], [26]. Szybka relaksacja była obserwowana bezpośrednio w eksperymentach ze zderzeniami impulsów fononowych [19], [20], w których pojawiło się zjawisko 'gorącej linii'. Możemy zatem zastosować podejście hydrodynamiczne do opisu modów dźwiękowych w impulsach fononowych gdy okres fali dźwiękowej  $\tau$  spełnia nierówności  $t_{3pp} \ll \tau \ll t_p$ .

Aby przeanalizować możliwe mody nadciekłego helu zaczniemy od znanych równań hydrodynamicznych w przybliżeniu nierozproszonym. Równania hydrodynamiczne dla nadciekłego helu, według [27] mogą zostać zapisane następująco:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) = 0; \tag{16}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + div(S\mathbf{v}_n) = 0; \tag{17}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \nabla \mu + (\mathbf{v}_s \nabla) \mathbf{v}_s = 0; \tag{18}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \nabla) A_i = -\frac{\partial T}{\partial x_i} - A_k \frac{\partial v_{nk}}{\partial x_i}.$$
(19)

 $\rho$  oznacza tutaj gęstość helu;  $\rho_n$  oraz  $\rho_s$  oznaczają odpowiednio gęstość składowej normalnej i nadciekłej;  $\mathbf{v_n}$  oraz  $\mathbf{v_s}$  są prędkościami składowej normalnej i nadciekłej; S jest entropią jednostkowej objętości;  $\mu$  jest potencjałem chemicznym jednostki masy helu  $\mathbf{A} = \rho_n \mathbf{w}/S$ ;  $\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$  jest względną prędkością składowej normalnej i nadciekłej. Równania (16) i (17) wyrażają odpowiednio zachowanie masy i entropii, równ. (18) wyraża przyspieszenie stanu nadciekłego a równ. (19) jest połączeniem zasady zachowania pędu i innych praw zachowania.

Po linearyzacji tego układu rozważamy rozwiązania dla małych odchyleń o postaci ~  $\exp(i\mathbf{kr} - i\omega t)$  i  $u = \omega/k$  jest prędkością fazową. Otrzymujemy wtedy układ równań [H13]:

$$(v_{s\parallel} - u)\tilde{\rho} + w_{\parallel}\tilde{\rho}_n + \rho_n\tilde{v}_{n\parallel} + \rho_s\tilde{v}_{s\parallel} = 0, \qquad (20)$$

$$(v_{n\parallel} - u)\widetilde{S} + S\widetilde{v}_{n\parallel} = 0, \tag{21}$$

$$(v_{s\parallel} - u)\tilde{\mathbf{v}}_s + \tilde{\mu}\frac{\mathbf{k}}{k} = 0, \qquad (22)$$

$$(v_{n\parallel} - u) \left[ \widetilde{\mathbf{w}} + \mathbf{w} \left( \frac{\widetilde{\rho}_n}{\rho_n} - \frac{\widetilde{S}}{S} \right) \right] + \left( \frac{S}{\rho_n} \widetilde{T} + \mathbf{w} \widetilde{\mathbf{v}}_n \right) \frac{\mathbf{k}}{k} = 0.$$
(23)

Tutaj  $v_{s\parallel} = \mathbf{v}_s \mathbf{k}/k$ , i analogicznie dla  $v_{n\parallel}$  i  $w_{\parallel}$ . Małe odchylenia są zaznaczone symbolem "tyldy".

Z równ. (22), pamiętając że  $\mathbf{v_s} = 0$  wynika, że oscylacje w prędkości nadciekłej są zawsze podłużne. Równocześnie z równ. (23) wynika, że oscylacje względnej prędkości  $\tilde{\mathbf{w}}$  jak również prędkości normalnej  $\tilde{\mathbf{v}}_n$ , posiadają, w ogólnym przypadku, zarówno składową podłużną jak i poprzeczną względem wektora falowego  $\mathbf{k}$ .

Równania (20)-(23) tworzą układ pięciu równań na odchylenia od równowagi dla dwóch dowolnych wartości skalarnych, na przykład ciśnienia  $\tilde{P}$  temperatury  $\tilde{T}$ , wraz z rzutowaniem wektora prędkości oscylacji nadciekłych  $\tilde{v}_s$  na wektor **k** oraz dwóch składowych wektora prędkości względnej  $\tilde{\mathbf{w}}$ , leżących w płaszczyźnie określonej przez wektory **w** i **k**. Inne wielkości termodynamiczne  $\tilde{S}$ ,  $\tilde{\rho}_n$  i  $\tilde{\rho}$ , które są zawarte w równaniach (20)-(23), mogą być wyrażone przez  $\tilde{P}$ ,  $\tilde{T}$ , i  $\tilde{\mathbf{w}}$  używając równań stanu dla nadciekłego helu  $S = S(P, T, w^2)$ ,  $\rho_n = \rho_n(P, T, w^2)$  i  $\rho = \rho(P, T, w^2)$ . Termodynamiczne pochodne tych wartości są powiąznane wyrażeniami [2]

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{\rho}\right)_{P,w} = -\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{T,w}, \ \frac{\partial}{\partial w^2/2} \left(\frac{1}{\rho}\right)_{P,T} = -\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\rho_n}{\rho}\right)_{T,w}, \tag{24}$$

$$\frac{\partial}{\partial w^2/2} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{P,T} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\rho_n}{\rho}\right)_{P,w},\tag{25}$$

co wynika z zależności dla potencjału chemicznego  $\rho d\mu = dP - SdT - \rho_n \mathbf{w} d\mathbf{w}$ .

Układ pięciu równań wyprowadzonych z (20)-(23) ma nietrywialne rozwiązanie dla każdej wartości **w**, gdy jego wyznacznik jest równy zero. Warunek ten daje równanie piątego rzędu w wyrażeniach prędkości fazowej u. W rzeczywistości równanie dyspersji dla jednego z modów może być łatwo znalezione bezpośrednio z układu równań (20)-(23). W przypadku kiedy  $u = v_{n\parallel}$ , dwa równania które wynikają z równania wektora (23) są identyczne więc ta wartość u tworzy wyznacznik zero. Gdy  $v_{n\parallel} = \mathbf{v}_n \mathbf{k}/k$ , to daje nietrywialne rozwiązanie dla układu równań (20)-(23) gdy  $u = \mathbf{v}_n \mathbf{k}/k$  [H13]. Pozostałe cztery mody to dwa mody pierwszego dźwięku i dwa mody dźwięku drugiego.

Ponieważ  $u = \omega/k$ , ten mod ma równanie dyspersji

$$\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}_n. \tag{26}$$

i z równ. (21) wynika, że:

$$\widetilde{v}_{n\parallel} = 0. \tag{27}$$

Tak więc w tym modzie, oscylacje prędkości normalnej są prostopadłe do wektora falowego. Oznacza to, że tylko składowa prędkości  $\tilde{\mathbf{v}}_{n\perp} = \tilde{v}_{n\perp} \mathbf{e}_{\perp}$ , która jest prostopadła do wektora falowego  $\mathbf{k}$ , jest różna od zera.

W modzie poprzecznym, wynika z prawa dyspersji (26), że wszystkie zmienne propagują z prędkością normalną płynu  $\mathbf{v}_n$ . Naturalne zatem jest wyrażenie odchyleń tych wszystkich zmiennych jako funkcji oscylacji normalnej prędkości płynu  $\tilde{v}_{n\perp}$ . Aby tego dokonać podstawimy prawo dyspersji dla modu poprzecznego (26),  $u = v_{n\parallel}$ , do równ. (20), (22), oraz (23) i rozwiążemy ten ten układ trzech liniowych i niezależnych równań dla oscylacji ciśnienia,  $\tilde{P}$ , temperatury  $\tilde{T}$ , i prędkości nadciekłej  $\tilde{v}_s$  ze względu na.  $\tilde{v}_{n\perp}$ . Otrzymamy wtedy [H13] :

$$\widetilde{T} = \sin\theta w \frac{\rho_n}{S} \widetilde{v}_{n\perp},\tag{28}$$

$$\tilde{P} = \frac{\sin\theta\cos^2\theta w^3 G_1}{(1 - G_2 w^2 \cos^2\theta)} \frac{\rho_n}{S} \tilde{v}_{n\perp},\tag{29}$$

$$\tilde{v}_s = \frac{\sin\theta\cos\theta w^2 G_1}{(1 - G_2 w^2 \cos^2\theta)} \frac{\rho_n}{S\rho_s} \tilde{v}_{n\perp}.$$
(30)

gdzie  $G_{1,2}$ , używając zależności (24) i (25) są :

$$G_1 = \rho_n \left[ \rho_s \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{S}{\rho_n} \right)_{T,w} - \frac{\partial}{\partial w^2/2} \left( \frac{S}{\rho_n} \right)_{T,P} \right],\tag{31}$$

$$G_2 = \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial P}\right)_{T,w} - \frac{1}{\rho_s} \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial w^2/2}\right)_{P,T}.$$
(32)

Istnienie modu poprzecznego w nadciekłym helu było po raz pierwszy wspomniane w [28] gdy badano propagację dźwięku w ograniczeniu liniowym małych w. Mod poprzeczny nie był badany w [28], było jedynie stwierdzone, że "te oscylacje prędkości normalnej są analogiczne do fal lepkości w zwyczajnym płynie". Jednakże w [H13] pokazaliśmy, że w odróżnieniu od zwyczajnej poprzecznej fali lepkości w normalnym płynie, mod poprzeczny w nadciekłym helu tylko nieznacznie ulega osłabieniu w skali jego długości fali. Ponadto, jest charakteryzowany nie tylko przez oscylacje normalnej prędkości ale także przez oscylacje temperatury, ciśnienia i prędkości nadciekłej.

Mod poprzeczny był analizowany przez Puttermana [27] dla małych wartości w oraz kąta  $\theta = \pi/2$ . Równ. (28) z  $\theta = \pi/2$  jest takim samym wynikiem jak podany w [27]. Nie znalazł jednakże Putterman oscylacji ciśnienia lub prędkości nadciekłej i przyczynę tego widzimy w równ. (29) i (30): prawe strony równe są zero dla  $\theta = \pi/2$ , lecz są one także poza liniowym przybliżeniem **w** które jest badane w [27].

W [H13] analizowane były ogólne zależności modu poprzecznego dla przypadku układu fononów przy dowolnym w. Zostało pokazane, że dla silnie anizotropowego układu fononów, który był wytwarzany w eksperymencie, amplituda oscylacji temperatury, ciśnienia i prędkości nadciekłej (28)-(30) przy danej amplitudzie oscylacji prędkości normalnej, może przekraczać odpowiednie amplitudy w drugiej fali dźwiękowej w izotropowym układzie fononowym.

Tak więc, przewidzieliśmy występowanie w dodatku do pierwszego i drugiego modu akustycznego, modów poprzecznych w nadciekłym helu o dużych wartościach w, które mogą być wytworzone eksperymentalnie. W [H12] znalezione zostały ogólne równania dyspersji dla pierwszego i drugiego dźwięku w nadciekłym helu, dla dowolnej stabilnej termodynamicznie wartości w. Zostało pokazane, że w granicy małych wkładów wzbudzeń termicznych  $\rho_n/\rho \ll 1$ , przy dowolnej wartości w w nadciekłym helu, mody pierwszego dźwięku mogą być wzbudzane zgodnie z prawem dyspersji  $\omega = \pm ck$ . Wyprowadzone jest ogólna zależność pomiędzy amplitudami oscylujących parametrów w modzie pierwszego dźwięku [H12]. Pomimo "izotropowego typu" prawa dyspersji dla modów pierwszego dźwięku, zależność pomiędzy amplitudami oscylujących parametrów, silnie zależy od typu modu (albo  $\omega = +ck$  albo  $\omega = -ck$ ) oraz od kąta pomiędzy **w** a wektorem falowym **k**. W przypadku granicznym w = 0, ogólne zależności dla amplitud oscylujących wartości są prezentowane w [2].

Poprzez użycie ogólnej zależności dyspersji [H12] tego układu w [H15] analizujemy wpływ skończonej prędkości względnej na prędkość pierwszego dźwięku. Okazuje się, że zmiana prędkości pierwszego dźwięku jest zdeterminowana przez małą wartość współczynnika rozszerzalności termicznej.

W [H12] badana jest szczegółowo zależność pomiędzy amplitudami oscylujących parametrów pierwszego dźwięku dla przypadku anizotropowego układu fononów o dowolnym  $\mathbf{w}$ . Warunek ten jest bardzo ważny w praktyce gdyż duże wartości  $\mathbf{w}$  są realizowane w impulsach fononowych propagujących w nadciekłym helu.

Pokazano że dla silnie anizotropowych układów fononowych, takich jak wytworzone w eksperymentach, amplituda prędkości nadciekłej, ciśnienie i temperatura przy danej amplitudzie oscylacji prędkości normalnej mogą być tego samego rzędu wielkości co odpowiednie zależności w fali drugiego dźwięku w układzie izotropowym, a nawet je przewyższać. Należy zauważyć, że nawet w izotropowych (w = 0) układach fononowych, oscylacje składowych prędkości nadciekłej  $\tilde{v}_s$  i normalnej  $\tilde{v}_n$  nie są sobie równe:  $\tilde{v}_s \neq \tilde{v}_n$ , i  $\tilde{v}_n = [1 + (3u_G + 1)/2]\tilde{v}_s \approx 6\tilde{v}_s$ ( $u_G = 2.84$  jest stałą Gruneisena). Przy  $w \neq 0$  nierówność pomiędzy  $\tilde{v}_s$  i  $\tilde{v}_n$  staje się większa [H12].

Należy zauważyć tu, że w zakresie fononowym, amplituda względnej temperatury w modach pierwszego dźwięku okazuje się nie być mała w porównaniu z amplitudą względnych oscylacji normalnej (lub nadciekłej) składowej i silnie rośnie wraz z w gdy w jest bliskie c dla modu  $\omega = +ck$ .

Tak więc mody pierwszego dźwięku w nadciekłym helu, przy niezerowych wartościach ruchu względnego w, posiadają niezwykłe właściwości, które są najbardziej widoczne przy dużych wartościach w.

W pracach [H10] i [H14], zalżność dyspersyjna dla modów drugiego dźwięku nadciekłego <sup>4</sup>H jest otrzymana dla dowolnych wartości względnej prędkości w, gdy wkład termicznych wzbudzeń jest mały, tj.  $\rho_n/\rho \ll 1$ :

$$u = \frac{\omega}{k} = V_d \cos\theta \pm \sqrt{V_{\parallel}^2 \cos^2\theta + V_{\perp}^2 \sin^2\theta},\tag{33}$$

gdzie stosujemy następujące oznaczenia:

$$V_d = w(1+\alpha), \qquad \alpha = \frac{1 - \partial \ln \rho_n / \partial \ln S}{1 + \Gamma w^2}$$
(34)

$$V_{\parallel}^{2} = \alpha^{2}w^{2} + u_{2}^{2}, \qquad u_{2}^{2} = \frac{c_{2}^{2}}{1 + \Gamma w^{2}}$$
(35)

$$V_{\perp}^{2} = (\alpha + \beta)w^{2} + u_{2}^{2}, \qquad \beta = \frac{c_{2}^{2}\partial\ln\rho_{n}/\partial\ln(w^{2}/2) - \partial\ln\rho_{n}/\partial\ln S}{1 + \Gamma w^{2}}, \tag{36}$$

$$c_2 = \pm \sqrt{\frac{S^2}{\rho_n} \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)^{-1}},\tag{37}$$

$$\Gamma = \left(\frac{\partial \ln \rho_n}{\partial w^2/2}\right) - \frac{\rho_n}{S} \left(\frac{\partial \ln \rho_n}{\partial \ln S}\right) \left(\frac{\partial \ln \rho_n}{\partial T}\right),\tag{38}$$

gdzie  $\partial \ln \rho_n / \partial \ln S = (\partial \ln \rho_n / \partial T) (\partial \ln S / \partial T)^{-1}$ . W równ. (33) i (37) znaki "plus" oraz "minus" odpowiadają dwóm rozwiązaniom dla fal o różnych prędkościach fazowych.

Z wyrażenia (33) wynika, że prędkość fazowa drugiego dźwięku w helu, przy  $\mathbf{w} \neq 0$  jest anizotropowa. Zależność ta może być opisana przez trzy prękości charakterystyczne:  $V_d$ ,  $V_{\parallel}$ i  $V_{\perp}$ . Aby wyjaśnić znaczenie fizyczne tych prędkości obliczymy, używając wyrażenia (33), prędkość fazową u dla przypadków granicznych  $\theta = 0$  i  $\theta = \pi/2$ :

$$u(\theta = 0) = V_d \pm V_{\parallel}, \qquad u(\theta = \pi/2) = \pm V_{\perp}.$$
(39)

Równania te pokazują, że  $V_{\parallel}$  i  $V_{\perp}$  powiązane są z podłużną i poprzeczną prędkością fazową a  $V_d$  jest prędkością unoszenia wzdłuż kierunku **w**.

W przybliżeniu liniowym, względem w równania (34)-(38) dają

$$V_d = w \left(2 - \partial \ln \rho_n / \partial \ln S\right) + O(w^3), \quad w \to 0, \tag{40}$$

oraz

$$V_{\parallel}^2 = V_{\perp}^2 = c_2^2 + O(w^2), \quad w \to 0.$$
 (41)

Z tego ostatniego równania wynika, że zarówno podłużna jak i poprzeczna prędkość są zbieżne ze zwykłą, izotropową prędkością drugiego dźwięku względem w. Prędkość unoszenia jest proporcjonalna do  $\mathbf{w}$ , ale nie dokładnie jej równa. Zależności (40) i (41) po podstawieniu ich do równania (33) dają wynik pierwotnie wyprowadzony w [28]. W pracy tej zależność dyspersji drugiego dźwięku została otrzymana tylko dla pierwszego rzędu prędkości w i wkład ekspansji termicznej był pominięty.

Zauważmy, że wyprowadziliśmy prawo dyspersji dla drugiego dźwięku (33)-(38) w zerowym rzędzie  $\rho_n/\rho \ll 1$  tzn. z pominięciem wkładu ekspansji termicznej, lecz dla dowolnej wartości prędkości względnej w.

Stosując ogólne wyrażenie (33) na prędkość fazową drugiego dźwięku, można obliczyć podłużną (rzutowaną na oś x) oraz poprzeczną (rzutowaną na oś y) składową prędkości grupowej:

$$V_{\parallel}^{(gr)} = \frac{d\omega}{dk_{\parallel}} = V_d \pm \frac{V_{\parallel}^2 k_{\parallel}}{\sqrt{V_{\parallel}^2 k_{\parallel}^2 + V_{\perp}^2 k_{\perp}^2}}$$
(42)

and

$$V_{\perp}^{(gr)} = \frac{d\omega}{dk_{\perp}} = \pm \frac{V_{\perp}^2 k_{\perp}}{\sqrt{V_{\parallel}^2 k_{\parallel}^2 + V_{\perp}^2 k_{\perp}^2}},\tag{43}$$

gdzie  $k_{\parallel} = k \cos \theta$  i  $k_{\perp} = k \sin \theta$ . Widzimy z równ. (33), (42) i (43), że prędkość grupowa nie jest równa prędkość fazowej. Ponadto prędkość grupowa nie jest skierowana w tym samym kierunku co prędkość fazowa. Tylko dla  $\theta = 0$  oraz  $\theta = \pi$ , prędkości grupowa i fazowa są sobie równe i mają ten sam kierunek. Górne i dolne znaki w równ. (33), (42) i (43) odpowiadają

dwóm możliwym falom drugiego dźwięku. Eliminując składowe wektora falowego z równ. (42) i (43), otrzymujemy następujące równanie

$$\frac{(V_{\parallel}^{(gr)} - V_d)^2}{V_{\parallel}^2} + \frac{V_{\perp}^{(gr)2}}{V_{\perp}^2} = 1.$$
(44)

Równ. (44) daje zależność pomiędzy składową  $x, V_{\parallel}^{(gr)}$  i składową  $y, V_{\perp}^{(gr)}$  prędkości grupowej drugiego dźwięku. Obrazuje to anizotropię zależności dyspersyjnej (33). Równ. (44) jest równaniem elipsy o środku w  $(V_d, 0)$  i półosiach  $V_{\parallel}$  i  $V_{\perp}$ , w płaszczyźnie o współrzędnych  $(V_{\parallel}^{(gr)}, V_{\perp}^{(gr)})$ . Widzimy, że  $V_d$  ma własności prędkości "unoszenia" i  $V_{\parallel}$  oraz  $V_{\perp}$  mają własności podłużnej i poprzecznej prędkości grupowej. Przy małych wartościach prędkości względnej (w zakresie przybliżenia liniowego względem w) ta elipsa degeneruje się do okręgu. (patrz równ. (41)) o promieniu, który równy jest izotropowej wartości prędkości drugiego dźwięku przy spełnieniu warunku  $\rho_n/\rho \ll 1$ . Przy dużych wartościach w istnieje kilka możliwości [H14].

W szczególności, elipsa ta jest silnie ściśnięta w kierunku podłużnym, gdy składowe podłużna  $V_{\parallel}$  i  $V_{\perp}$ różnią się znacznie  $V_{\parallel} \ll V_{\perp}$ . Możliwe jest, gdy  $V_{\parallel}^{(gr)} > 0$ , że elipsa ta znajduje się w całości w prawej półpłaszczyźnie osi rzędnych. Ten przypadek występuje gdy prędkość unoszenia jest większa od prędkości podłużnej:  $V_d > V_{\parallel}$ .

W [H14] znaleźliśmy zależność pomiędzy amplitudami oscylujących parametrów dla drugiego dźwięku. W przypadku ogólnym, normalny płyn posiada nie tylko składową prędkości równoległą do wektora falowego lecz także prostopadłą do tego wektora. Pokazano że oscylują głównie temperatura i prędkość normalna płynu, podczas gdy oscylacje ciśnienia i prędkości nadciekłej są małe. W granicznym przypadku w = 0, otrzymane tu ogólne zależności dla amplitud drugiego dźwięku są takie samej jak w [2], gdzie  $\rho_n/\rho \ll 1$ , co jest warunkiem rozważanym w tej pracy.

W [H14] badane są szczegółowo prędkości i zależności pomiędzy amplitudami oscylujących parametrów fali drugiego dźwięku, dla przypadku anizotropowego układu fononowego o dowolnym w. Znaleźliśmy, że dla tego przypadku amplituda oscylacji temperatury w fali drugiego dźwięku, w anizotropowym układzie fononowym, może być zerowa dla małych kątów pomiędzy wektorem względnej prędkości a wektorem falowym. Amplitudy oscylacji prędkości nadciekłej i ciśnienia, w fononowej fali drugiego dźwięku, wzrastają o dwa rzędy wielkości, w obszarze małych kątów, gdy prędkość względna wzrasta z w = 0 do w/c = 0.97. Ta ostatnia wartość bliska jest typowym wartościom eksperymentalnym w [25] i [26].

Tak więc, mod drugiego dźwięku w nadciekłym helu, przy niezerowych wartościach ruchu względnego w ma niezwykłe właściwości. Są one najbardziej widoczne dla dużych wartości w.

W [H16] rozszerzamy naszą analizę modów dźwiękowych w silnie anizotropowym układzie fononowym na przypadek fal o skończonej amplitudzie. W pracy tej, wychodząc od równań hydrodynamicznych dla nadciekłego helu (16)-(19), otrzymujemy układ równań, który opisuje ewolucję chłodnego układu fononów, wytworzonego przez impuls termiczny w nadciekłym helu:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + div(S\mathbf{w}) = 0; \tag{45}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{w}\nabla)\right) \left(\frac{\rho_n}{S}\mathbf{w}\right) = -\nabla T - \frac{\rho_n}{2S}\nabla w^2.$$
(46)

Zależności (45) i (46) są układem czterech równań czterech zmiennych, na przykład dla temperatury T i składowych względnej prędkości **w**. Równania (45) i (46) muszą być wypeł-

nione przez równiania stanu dla nadciekłego helu  $S = S(T, w^2)$ ,  $\rho_n = \rho_n(T, w^2)$ , w których pominęliśmy zależność ciśnieniową, zgodnie z założeniami poczynionymi w [H16].

Układ równań (45)-(46) jest linearyzowany dla małych odchyleń zmiennych. Definiują one propagację fal drugiego dźwięku i fali poprzecznej, dla dowolnej wartości równowagowej prędkości względnej w, gdy  $\rho_n \ll \rho$ . Zależność dyspersyjna dla tego przypadku jest badana w [H13], [H10] i [H14].

Dla układu fononowego o liniowej zależności pęd-energia  $\varepsilon = cp$ , gdzie  $c^2 = (\partial P)/(\partial \rho)$  i *c* jest prędkością pierwszego dźwięku w helu mamy [2]:

$$\frac{\rho_n}{S} = \frac{T}{c^2 - w^2}, \quad S = \frac{2\pi^2}{45} \frac{k_B^4 T^3}{\hbar^3 c^3 (1 - w^2/c^2)^2}.$$
(47)

Ten układ równań (45)-(46), wraz z zależnościami (47), opisuje ewolucję układu fononowego propagującego w nadciekłym helu.

Wytworzony układ fononowy porusza się w kierunku normalnym do grzejnika (oś z) z prędkością bliską prędkości pierwszego dźwięku c. Impuls rozszerza się prostopadle. Ta ekspansja wraz z początkowym rozkładem energii fononów w pobliżu grzejnika, determinuje rozkład kątowy energii na detektorze. Zmieniając rozmiar grzejnika można zmieniać początkowy rozmiar poprzeczny  $L_0$  układu fononów a przez zmianę czasu trwania impulsu  $t_p$  można zmieniać długość charakterystyczną  $ct_p$  układu.

Rozważmy prosty przypadek, gdy zależność od z może być pominięta w wartościach początkowych problemu dla równ. (45), (46). Jest to uprawnione dla dostatecznie długich impulsów fononowych. Do badania zachowania ekspansji poprzecznej impulsu fononowego, rozważymy przypadek dwuwymiarowy, gdzie wszystkie wartości zależą jedynie od jednej przestrzennej współrzędnej kartezjańskiej x. Prędkość względna w leży w płaszczyźnie xz, tzn.  $\mathbf{w} = (w_x, 0, w_z).$ 

Znaleziona rodzina dokładnych rozwiązań ma kształt eliptyczny. Są to proste fale drugiego dźwięku dla układu fononów. Zależności pomiędzy temperaturą T, x-składową  $w_x$  wektora względnej prędkości  $\mathbf{w}$  i kwadratem względnej prędkości  $w^2$  badane są dla prostych fal drugiego dźwięku w układzie fononowym.

Rozwiązania te są zastosowane do opisu pierwszej fazy ekspansji warstwy fononowej w nadciekłym helu, gdy istnieje tylko prosta fala drugiego dźwięku.

W [H16] znaleźliśmy prędkość ekspansji impulsu fononowego propagującego początkowo w kierunku z, w "próżni fononowej" tzn. w nadciekłym helu, w temperaturze zerowej. Zależność prędkości ekspansji  $w_{xout}$  impulsu fononowego, od początkowej prędkości względnej  $w_0$ , pokazuje że dla silnie anizotropowego układu fononowego, gdy  $w_0 \sim c$ , prędkość ekspansji  $w_{xout}$  może być mała w porównaniu z prędkością fononową. Gdy  $w_0 \ll c$ , wtedy  $w_{xout} \sim c$  i układ fononowy ekspanduje z prędkością niemal równą prędkości fononowej.

W drugiej fazie, gdy padająca fala osiąga centrum warstwy fononowej, pojawia się fala odbita. Znaleźliśmy czas  $t_0$  gdy to się rozpoczyna. Fala odbita przenosi energię z początku układu współrzędnych, gdzie gęstość jest maksymalna, do peryferii gdzie gęstość energii zmierza do zera. Wygładza to zależność gęstości energii od współrzędnej x w obszarze fali odbitej. Niewielka wartość pochodnej po x funkcji gęstości energii w obszarze fali odbitej w porównaniu z takąż w fali padającej skutkuje kształtem płaskowyżu, który był obserwowany i badany w [24] i [29].

W [H16] rozwinęliśmy przybliżoną teorię dla uśrednionych gęstości energii i uśrednionej szerokości fali odbitej. Obliczone zależności wysokości płaskowyżu i jego szerokości od mocy

grzejnika oraz jego szerokości pokazują zależności jakości<br/>owe takie same jak dane eksperymentalne w[29].

# 3 Podsumowanie moich pozostałych osiągnięć naukowych

## 3.1 Przed doktoratem

Na początku mojej kariery naukowej zajmowałem się teorią reakcji jądrowych zachodzących przy udziale jąder lekkich o pośrednich energiach. W [B4] obliczone były różniczkowe i całkowe przekroje czynne na transfer jednego nukleonu w reakcji z udziałem jąder <sup>3</sup>H i <sup>3</sup>He przy energiach 10-100 MeV/nukleon dla ciężkich jąder parzysto-parzystych. W publikacji tej rozwinęliśmy teorię dyfrakcyjną reakcji inkluzywnego transferu jednego nukleonu uwzględniającą wewnętrzną strukturę uwalnianego deuteronu. W [B1] - [B3] znaleźliśmy charakterystyki polaryzacji nukleonu uwolnionego w inkluzywnie deuteronowych i trójnukleonowych reakcjach obdzierania jądra dla ciężkich parzysto-parzystych jąder i energii pośrednich.

#### 3.2 Po doktoracie

W [A1] wychodząc od równania kinetycznego dla fononów w nadciekłym helu, otrzymano wyrażenia dla prędkości rozpraszania trójfononowego w izotropowych i anizotropowych układach fononowych przy różnych ciśnieniach. Wyrażenie te są ważne w pełnym zakresie energii gdzie dozwolone są procesy trójfononowe. Analizowane są przypadki graniczne i porównywane z wynikami poprzednich badań teoretycznych. Otrzymane zależności ciśnieniowe i kątowe dla rozpraszania trójfononowego pozwalają nam na wyjaśnienie w [H4] danych eksperymentalnych oddziaływania impulsów fononowych [19] i [20].

W [A2] i [A3] obliczone są prędkości tworzenia i rozpadu wysokoenergetycznych fononów w układach anizotropowych niskoenergetycznych fononów używając dokładnej funkcji rozkładu dla anizotropowych układów fononowych w nadciekłym helu. Następnie znaleziono rozkłady kątowe wytworzonych h-fononów i pokazano, że kąt bryłowy zajmowany przez wytworzone h-fonony jest zawsze mniejszy niż kąt bryłowy zajmowany przez l-fonony, tak jak odkryto to doświadczalnie. Analizowana jest wzdłużna ewolucja impulsu l-fononowego spowodowana tworzeniem h-fononów. Prowadzi to do wyjaśnienia mierzonych zależności sygnału mierzonego od mocy grzejnika.

Wyliczona jest prędkość  $\nu_{1\to3}$  rozpadu jednego fononu na trzy [A4] w zakresie pędów, w którym rozpad na dwa jest zabroniony w ciekłym <sup>4</sup>He. Uzyskano dokładne oraz użyteczne przybliżone wyrażenie na prędkość  $\nu_{1\to3}$ . Analizowana jest jego zależność od wszystkich parametrów oraz fizyczne przyczyny tych zależności. Pokazano, że proces gdzie jeden fonon rozprasza się na trzy i trzy fonony rozpraszają się w jeden fonon, gwałtownie ustala równowagę w anizotropowych i izotropowych układach fononowych. Pokazuje to, że zakres pędów, gdzie są dozwolone procesy jeden do trzech, powinien być włączony w podukład niskoenergetycznych fononów gdzie równowaga pojawia się szybko, a nie w podukład wysokoenergetycznych fononów gdzie procesy spontanicznych rozpadów są zabronione i równowaga pojawia się powoli.

W~[A5] pokazaliśmy, że cienkowarstwowy złoty grzejnik na szlifowanym szafirze, promieniuje fononami w kanałach zarówno akustycznym jak i tła. Aby analizować mierzone

rozkłady kątowe fononów, przy ciśnieniu 24 bar, wyprowadziliśmy wyrażenie na strumień fononów padających na detektor dla ogólnego rozkładu przestrzennego grzejnika i detektora, gdy fonony poruszają się balistycznie. Wyprowadziliśmy wyrażenie dla szczególnej geometrii eksperymentów. Znaleźliśmy, że większość strumienia energii, z grzejnika do ciekłego helu jest transmitowana w kanale tła i ułamek ten wzrasta wraz z mocą grzejnika. Dyskutujemy implikacje tego dla problemu przewodnictwa Kapicy.

W [A6] sugerujemy długożyjącą spinową strukturę polaryzacyjną – radialną helisę spinową – w dwuwymiarowych systemach elektronów ze sprzężeniem spin-orbita Rashby i badamy dynamikę jej relaksacji. Zaczynamy w tym celu od prostych i fizycznie jasnych rozważań transportu spinu, wyprowadzamy układ równań dla gęstości polaryzacji spinu i znajdujemy jego rozwiązanie dla przypadku osiowo symetrycznego. Zademonstrowano, że radialna helisa spinowa o pewnym okresie relaksuje wolniej niż homogeniczna polaryzacja spinu i płaska helisa spinowa Istotnie, polaryzacja spinu w centrum radialnej helisy spinowej pozostaje niemal niezmienna przy krótkich czasach. Przy dłuższych czasach gdy początkowy nie-eksponencjalny obszar relaksacji się kończy, relaksacja radialnej helisy spinowej pojawia sie z taką samą stałą czasową jak ta opisująca relaksację płaskiej helisy spinowej.

Dokładne rozwiązanie dla problemu relaksacji spinu elektronu w dwuwymiarowym kole z oddziaływaniem spin-orbita Rashby zostało znalezione w [A7]. Nasza analiza pokazuje, że relaksacja spinowa w obszarach o skończonym wymiarze zawiera trzy fazy i jest opisana przez wiele czasów relaksacji spinowej. Istotnym jest, że najdłuższy czas relaksacji spinowej rośnie wraz ze zmniejszeniem promienia układu ale zawsze pozostaje skończony. Dlatego, przy długich czasach, polaryzacja spinowa w małych układach dwuwymiarowych zanika eksponencjalnie z prędkością zależną od rozmiaru. To przewidywanie jest wsparte wynikami symulacji Monte Carlo.

W [A10] zademonstrowaliśmy, że dla homogenicznej polaryzacji spinowej w jednowymiarowych strukturach o skończonej długości w obecności sprzężenia spin-orbita Bychkova-Rashby następuje spontaniczny rozpad w kierunku trwałej helisy spinowej. Analiza tworzenia helikalnego stanu spinowego jest zaprezentowana w ramach nowego podejścia bazującego na rzutowaniu równań spinowego dryfu-dyfuzji na równanie ciepła dla pola zespolonego. Taka, uderzająco różna i prosta metoda pozwala na wygenerowanie silnych struktur spinowych których własności mogą być dostrojone do siły oddziaływania spin-orbita i/lub długości struktury. Uogólniamy nasze wyniki dla dwuwymiarowego przypadku przewidując tworzenie w dwuwymiarowych kanałach trwałej helisy spinowej z homogenicznej polaryzacji spinowej.

Dynamika relaksacji spinowej w pierścieniach ze sprzężeniem spin-orbita Rashby'ego jest badana przy użyciu równania kinetyki spinu w pracy [A9]. Odkryliśmy, że relaksacja spinów w pierścieniach dąży do trwałej konfiguracji spinowej, której końcowy kształt zależy od początkowego profilu polaryzacji. Jako przykład pokazano, że homogeniczna, równoległa do osi pierścienia polaryzacja spinu przekształca sie w trwałą strukturę spinową o kształcie korony. Zademonstrowano, że geometria pierścienia wprowadza wkład geometryczny do prędkości relaksacji spinowej przyspieszając dynamikę przejściową. Ponadto, zidentyfikowaliśmy szereg trwałych konfiguracji spinowych jak również obliczyliśmy funkcję Greena równania kinetyki spinowej.

W pracy [A8] użyliśmy równania kinetyki spinowej do badania dynamiki polaryzacji w jednowymiarowych drutach i dwuwymiarowych kanałach. Podejście to jest uprawnione zarówno w reżimie dyfuzyjnym jak i balistycznym, zatem jest bardziej ogólne niż zazwyczaj stosowane równania dyfuzji-dryfu spinowego. Demonstrujemy w szczególności, że dla nieskończonych jednowymiarowych drutów z oddziaływaniem spin-orbita Rashby eksponencjalna relaksacja spinowa zaniku może być modulowana przez funkcję oscylacji. W przypadku relaksacji spinowej w skończonych drutach jednowymiarowych, pokazano, że początkowo homogeniczna polaryzacja spinowa samorzutnie przekształca się w trwałą helisę spinową. Dla początkowo zlokalizowanego pakietu polaryzacji spinowej w drutach o skończonej długości odkryto interesujące zachowanie podobne do echa fali dźwiękowej. Pokazujemy, że propagujący profil polaryzacji spinowej odbija się od granic systemu i powraca do pozycji początkowej analogicznie do odbicia fali dźwiękowej od przeszkody. Odkryto funkcje Greena równań kinetyki spinowej zarówno dla skończonych jak i nieskończonych systemów jednowymiarowych. Ponadto, pokazujemy wprost, że relaksacja spinowa w dwuwymiarowych układach z oddziaływaniami sprzężenia spin-orbita Rashby i Dresselhausa o równej sile przebiega podobnie jak w jednowymiarowych drutach o skończonej długości. Ostatecznie, prosta transformacja odwzorowująca jednowymiarowe równanie kinetyki spinowej na równanie Kleina-Gordona z urojoną masą odkrywa i ustanawia interesujące połączenie pomiędzy spintroniką półprzewodnikową i relatywistyczną mechaniką kwantową.

Nowatorska technika hybrydowej spektroskopii spinowo szumowej, która jest wrażliwa na spinowy efekt Halla, zasugerowana została w [A11]. Pokazane jest, że podczas gdy standardowa funkcja korelacji spin-spin nie jest czuła na spinowy efekt Halla, funkcje korelacji spinnapięcie poprzeczne oraz napięcie poprzeczne-napięcie dostarczają brakującej czułości będąc odpowiednio liniowym i kwadratowym współczynnikiem efektu Halla. Przewidujemy, że zaproponowana metoda mogłaby znaleźć zastosowanie w badaniach sprzężenia spin-ładunek w półprzewodnikach.

Spektroskopia spinowo-szumowa (Spin Noise Spectroscopy, SNS) jest eksperymentalnym podejściem do otrzymania środkami czysto optycznymi korelatorów mezoskopowych fluktuacji spinowych w czasie. W [A12] badamy jaką informację może dostarczyć ta technika, gdy jest zastosowana do słabo nierównowagowego reżimu, gdy prąd elektryczny w próbce jest wzbudzany polem elektrycznym. Odkrywamy, że widmo mocy szumu elektronów przewodzących doświadcza przesunięcia, które jest proporcjonalne do siły sprzężenia spin-orbita dla elektronów poruszających się wzdłuż kierunku pola elektrycznego.

W [A13] proponujemy metodę dwuwiązkowej spektroskopii spinowo-szumowej aby testować transport spinowy w równowadze poprzez analizę korelacji pomiędzy przesuniętymi czasowo fluktuacjami spinowymi w różnych miejscach w przestrzeni. Metoda ta pozwala określić siłę oddziaływania spin-orbita, czas relaksacji spinowej i oddzielić szum spinowy przewodzących elektronów od szumu tła elektronów zlokalizowanych. Sformułowaliśmy teorię dwuwiązkowej spektroskopii spinowo-szumowej w drutach półprzewodnikowych z oddziaływaniem spin-orbita Bychkowa-Rashby biorąc pod uwagę szereg możliwych kanałów relaksacji spinowej i skończone wymiary wiązek laserowych. Nasza teoria przewiduje przesunięcie maksimum względem częstości Larmora w kierunku wyższych lub niższych częstości, w zależności od siły oddziaływania spin-orbita i odległości pomiędzy wiązkami. Dwuwiązkowa spektroskopia spinowo-szumowa może znaleźć zastosowanie w badaniach eksperymentalnych półprzewodników, nowych materiałów i innych układów.

Relaksacja elektronowo spinowa w jednowymiarowych strukturach o skończonej długości w obecności sprzężenia spin-orbita Bychkowa-Rashby'ego i granicznej relaksacji jest badana w [A14]. Stosując podejście równania kinetyki spinowej, formułujemy warunki graniczne przypadku częściowej utraty polaryzacji spinowej granicy. Te warunki graniczne są stosowane do wyprowadzenia odpowiednich warunków granicznych dla równania spinowego dryfu-dyfuzji. To ostatnie rozwiązane jest analitycznie dla przypadku relaksacji homogenicznej polaryzacji spinowej w jednowymiarowej strukturze o skończonej długości. Odkryto, że relaksacja spinowa składa się z trzech faz (w niektórych wypadkach dwu) – początkowa relaksacja D'yakonowa-Perela, po której następuje tworzenie helisy spinowej i późniejszy rozpad. Odkryto wyrażenie analityczne na czas rozpadu. Nasze wyniki analityczne popieramy wynikami symulacji Monte Carlo.

Systemy memrystywne - układy rezystywne z pamięcią, przyciągają znaczną uwagę ze względu na ich powszechność w szeregu zjawisk i zastosowaniach technicznych. W [A15] pokazujemy, że nawet najprostsze, jednowymiarowe sieci memrezystywne stworzone z najprostszych elementów memerezystywnych z napięciem progowym posiadają nietrywialne własności fizyczne. W szczególności, biorąc pod uwagę zmienność pojedynczego elementu odnajdujemy: i) dynamiczne przyspieszanie i spowalnianie ogólnej rezystancji w procesach adiabatycznych, ii) zależność stanu końcowego od historii sygnałów wejściowych, przy tych samych warunkach początkowych, iii) istnienie lawin przełączeń w drabinach memerezystywnych oraz iv) niezależność dynamicznego progu napięcia względem liczby elementów memrezystywnych w sieci (niezmienność skalowania). Istotnym kryterium dla niezmienności skalowania jest obecność zespole memrezystywnych układów z bardzo małym progiem napięcia. Wyniki te wyklarowują rolę pamięci w złożonych sieciach i są odpowiednie do technicznych zastosowań tych systemów.

Czy możemy zmienić średni stan rezystora przez proste zastosowanie białego szumu? Pokazujemy w [A16] że odpowiedź na to pytanie jest pozytywna jeśli rezystor posiada pamięć przeszłej dynamiki (system memrezystywny). Dowodzimy także, że jeśli pamięć wynika jedynie z ładunku płynącego przez rezystor – idealny memrystor – wtedy prąd płynący przez taki memrystor nie może ładować kondensatora podłączonego szeregowo i dlatego nie może wykonać pracy użytecznej. Ponadto, system memerezystywny może skrzywić gęstość prawdopodobieństwa ładunku na kondensatorze - efekt, który może być mierzony eksperymentalnie.

W [A18] donosimy o zadziwiającym zjawisku synchronizacji przełączeń w jednowymiarowych sieciach merezystywnych, które ma miejsce gdy kilka systemów memrezystywnych o różnych stałych przełączania jest przełączanych z wysokiego do niskiego stanu rezystancyjnego. Nasze symulacje numeryczne pokazują, że takie kolektywne zachowanie jest szczególnie wyraźne gdy zastosowane napięcie nieznacznie przekracza połączone napięcie progowe systemu memrezystywnego. Ponadto odkryto skończony wzrost czasu przełączenia sieci, w porównaniu ze średnim czasem przełączenia poszczególnych systemów. Do objaśnienia naszych obserwacji zaprezentowany jest model analityczny. Używając tego modelu wyprowadziliśmy asymptotyczne wyrażenia na rezystancję pamięci przy krótkich i długich czasach, które są we wspaniałej zgodności z naszymi obliczeniami numerycznymi.

Linie transmisyjne zbudowane z pojemnościowych materiałów pamięciowych (mempojemnościowe) są badane w [A17]. Własności transmisyjne takich linii mogą być dopasowane do potrzeb używając odpowiednich sekwencji impulsów. W szczególności przedstawiamy kombinację impulsów, która tworzy periodyczną modulację własności dielektrycznych wzdłuż linii. Taka struktura przypomina rozproszony reflektor Bragga posiadający istotne zastosowania optyczne. Prezentujemy wyniki symulacji demonstrujące wszystkie główne fazy działania takiego rekonfigurowalnego urządzenia zawierające resetowanie, programowanie i transmisję sygnału o małej amplitudzie. Proponowane rekonfigurowalne linie transmisyjne wykorzystują tylko pasywne materiały pamięci i mogą być wytworzone stosując dostępne mempojemnościowe urządzenia.

Tradycyjne badania urządzeń memrezystywnych koncentrują się głównie na ich zastosowaniach jako urządzeń do trwałego przechowywania oraz przetwarzania informacji. W [A19] przedstawiamy, że także trzeci fundamentalny składnik technologii informatycznej - przesyłanie informacji - może być realizowany z wykorzystaniem urządzeń memrezystywnych. W tym celu wprowadzamy metastabilny obwód memrezystywny. Łącząc metastabilne obwody memrezystywne w linię otrzymuje się architekturę zdolną przenosić krawędź sygnału pomiędzy punktami w przestrzeni. Podkreślamy, że sugerowana linia transmisyjna zawiera tylko elementy rezystancyjne. Ponadto ich sieci (na przykłady, linie połączone Y) posiadają zdolność przetwarzania informacji.

# 4 Prezentacje na konferencjach i seminariach

- "Hybrid spin noise spectroscopy and the spin Hall effect," the March Meeting of the American Physical Society, Denver, Colorado, March 3-7, 2014.
- "Complex dynamics and scale invariance of one-dimensional memristive networks," the March Meeting of the American Physical Society, Denver, Colorado, March 3-7, 2014.
- "Phonon pulses in superfluid <sup>4</sup>He," Department of Physics Seminar, University of California San Diego, La Jolla, California, USA, January 25, 2012.
- "Radial spin helix in two-dimensional electron systems with Rashba spin-orbit coupling," the March Meeting of the American Physical Society, Dallas, Texas, March 21-25, 2011.
- "Collective modes in superfluid helium at relative motion of normal and superfluid components," 4th International Conference of Physics of Liquid Matter: Modern Problems (PLMMP), Kyiv, May 23-26, 2008
- "Thermodynamic properties of quasiparticle anisotropic systems in superfluid helium," International Conference Statistical Physics 2006. Condensed Matter: Theory and Applications", Kharkiv, Ukraine, September 12-15, 2006.
- "Strongly anisotropic quasiparticle systems in superfluid <sup>4</sup>He," International Conference on Condensed Matter at Low Temperatures" dedicated to the centenary of birth of B.G. Lazarev, June 20-22, 2006, Kharkiv, Ukraine.
- "Longitudinal and transverse deformation of cylindrical phonon pulse in liquid helium," 3rd International Conference of Physics of Liquid Matter: Modern Problems (PLMMP), Kyiv, May 27-31, 2005.
- "Anisotropic system of thermal excitations in liquid helium," 3rd International Conference of Physics of Liquid Matter: Modern Problems (PLMMP), Kyiv, May 27-31, 2005.
- "Evolution of phonon pulses in superfluid <sup>4</sup>He at different pressures," 20th General Conference of the Condensed Matter Division EPS (CMD20), 19-23 July, 2004, Prague, Czech Republic.
- "Spatial evolution of strongly-anisotropic phonon system in superfluid helium," International Symposium on Quantum Fluids and Solids (QFS2004), July 5-9, 2004, Trento, Italy.

• "The temporal and spatial evolution of phonon pulses in liquid helium," 2nd International Conference of Physics of Liquid Matter: Modern Problems (PLMMP), Kyiv, 2003.

## 5 Staże badawcze

- Department of Physical Chemistry, The University of the Basque Country, Bilbao, Spain (2016, Apr 1 2016, May 31)
- Visiting Research Associate Professor of Physics, Department of Physics, University of California, San Diego, USA (2012, Jan 1– 2012, Jan 31)
- Visiting Research Assistant Professor of Physics, Department of Physics and Astronomy, University of South Carolina, USA (2014, Feb 1– 2014, July 31; 2012, Oct 1– 2012, Dec 31; 2011, Jan 8– 2011, Jul 7)

## 6 Nagrody

- Erasmus Mundus Action 2 ACTIVE Scholarship, 2015
- Fellowship of the Ministry of Science and Education of Ukraine, 2014
- Scholarship of the Cabinet of Ministers of Ukraine, 2007–2009
- Award of Kharkiv Regional Administration, 2007
- Tarapov Scholarship, 2006–2007
- Higher Education medal, 2006
- Grant of Kharkiv Regional Administration, 1st place, 2006–2007
- Sinelnikov Scholarship, 2005–2006
- Soros Student Scholarship, 1995–1996

# 7 Bibliografia

#### 7.1 Bibliografia do podsumowania

- [1] Landau L.D., J. Phys. USSR 11 91 (1947).
- [2] I.M. Khalatnikov, An Introduction to the Theory of Superfluidity. Perseus Publishing, Cambridge (2000).
- [3] A.F.G. Wyatt, N.A. Lockerbie, and R.A. Sherlock, Phys. Rev. Lett. 33, 1425 (1974).
- [4] F.R. Hope, M.J. Baird, and A.F.G. Wyatt, Phys. Rev. Lett. 52, 1528 (1984).

- [5] A.F.G. Wyatt, N.A. Lockerbie, and R.A. Sherlock, J. Phys.: Condens. Matter 1, 3507 (1989).
- [6] A.F.G. Wyatt and M. Brown, *Physica B165-166*, 495 (1990).
- [7] M.A.H. Tucker and A.F.G. Wyatt, J. Phys.: Condens. Matter 6, 2813 (1994).
- [8] I.N. Adamenko, K.E. Nemchenko, A.V. Zhukov, M.A.H. Tucker, and A.F.G. Wyatt, Phys. Rev. Lett. 82, 1482 (1999).
- [9] R.J. Donelly and P.H. Roberts, J. Low Temp. Phys., 27, 687 (1977); R.J. Donelly, J.A. Donelly and R.N. Hill, J. Low Temp. Phys., 44, 471 (1981).
- [10] H.J. Maris and W.E. Massey, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 220 (1970).
- [11] J. Jäckle and K.W. Kerr, *Phys. Rev. Lett.* 27, 654 (1971).
- [12] W.G. Stirling, in 75<sup>th</sup> Jubilee Conference on Liquid Helium-4, ed. J.G.M. Armitage, (World Scientic, Singapore 1983), p. 109.
- [13] R.V. Vovk, C.D.H. Williams, and A.F.G. Wyatt, *Phys. Rev. B* 69, 144524 (2004).
- [14] M.J. Baird, F.R. Hope, and A.F.G. Wyatt, Nature 304, 325 (1983).
- [15] A.F. Andreev, L.A. Melnikovsky, JETP Lett. 78, 574 (2003); (Pis'ma v JETF, 78, 1063 (2003)).
- [16] A.F.G. Wyatt, M.A.H. Tucker, I.N. Adamenko, K.E. Nemchenko, and A.V. Zhukov, *Physica B*, 280, 36 (2000).
- [17] I.N. Adamenko, K.E. Nemchenko and A.F.G. Wyatt, Low Temp. Phys. 29, 11 (2003);
   (Fiz. Nizk. Temp. 29, 16 (2003)).
- [18] M.A.H. Tucker and A.F.G. Wyatt, *Physica B* **194**, 551 (1994).
- [19] R. Vovk, C.D.H. Williams and A.F.G.Wyatt, *Phys. Rev. Lett.* **91** 235302 (2003).
- [20] D.H.S. Smith, R. Vovk, C.D.H. Williams and A.F.G.Wyatt, *Phys. Rev. B*, 72, Art. No. 054506 (2005).
- [21] R. C. Dynes and V. Narayanamurti, Phys. Rev. Lett. **33**, 1195 (1974).
- [22] A.F.G.Wyatt, R.A.Sherlock, and D.R.Allum J. Phys.: Condens. Matter 15, 1897 (1982).
- [23] A.F.G.Wyatt and D.R.Allum J. Phys.: Condens. Matter 15, 1917 (1982).
- [24] R. Vovk, C.D.H. Williams and A.F.G.Wyatt, *Phys. Rev. B*, 68, Art. No. 134508 (2003).
- [25] D.H.S. Smith, R.V. Vovk, C.D.H. Williams and A.F.G. Wyatt, New Journal of Physics 8, 128 (2006).
- [26] D.H.S. Smith and A.F.G. Wyatt, *Phys. Rev. B*, **76**, 224519 (2007).
- [27] S.J. Putterman, Superfluid Hydrodynamics, Horth Holland, Amsterdam, (1974).

- [28] I.M. Khalatnikov, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 30, 617 (1956).
- [29] D.H.S. Smith and A.F.G. Wyatt, *Phys. Rev. B*, **79**, 144520 (2009).

#### Bibliografia do rozdz. moje pozostałe osiągnięcia naukowe

#### 7.2 Przed doktoratem

- [B1] Berezhnoy Yu. A., Slipko V.A. Polarization phenomena in inclusive nucleon transfer reactions. International Journal of Modern Physics E, v. 7, No. 6, p. 723-746 (1998).
- [B2] Berezhnoy Yu. A., Slipko V. A. Polarization characteristics of nucleons released in reactions (<sup>3</sup>H, n) and (<sup>3</sup>He, n) (in Russian). *Izvestiya Akademii Nauk Seria Fizicheskaya*, v. 62, No. 11, p. 2272-2276 (1998).
- [B3] Berezhnoy Yu. A., Slipko V. A. Polarization characteristics of nucleons released in inclusive deuteron stripping reaction (in Russian). *Izvestiya Akademii Nauk Seria Fizicheskaya*, v. 61, No. 11, p. 2146-2151 (1997).
- [B4] Akhiezer A. I., Berezhnoy Yu. A., Slipko V. A., Soznik A. P. One nucleon transfer reactions with participation of nuclei <sup>3</sup>H and <sup>3</sup>He at intermediate energies (in Russian). *Izvestiya Akademii Nauk Seria Fizicheskaya*, v. 60, No. 5, p. 177-181 (1996).

#### 7.3 Po doktoracie

- [A1] Adamenko I. N., Kitsenko Yu. A., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Three-phonon relaxation in isotropic and anisotropic phonon systems of liquid helium at different pressures. *Low Temperature Physics 31, 459 (2005).*
- [A2] Adamenko I. N., Kitsenko Yu. A., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Creation and decay of high-energy phonons in anisotropic systems of low-energy phonons in superfluid helium. *Physical Review B* 73, 134505 (2006).
- [A3] Adamenko I. N., Kitsenko Yu. A., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Creation of high-energy phonons by four-phonon processes in anisotropic phonon systems of He II. Low Temperature Physics 33, 387 (2007).
- [A4] Adamenko I. N., Kitsenko Yu. A., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. The decay of one phonon into three in superfluid helium. *Journal of Physics: Condensed Matter, v. 18, 10179-10191, (2006).*
- [A5] Adamenko I. N., Nemchenko K. E., Slipko V. A., Wyatt A. F. G. Phonons created in superfluid helium by a thin film gold heater. *Journal of Low Temperature Physics, Vol.* 157, No. 5/6, pp. 509-526 (2009).
- [A6] Pershin Y.V., Slipko V. A. Radial spin helix in two-dimensional electron systems with Rashba spin-orbit coupling. *Physical Review B* 82, 125325 (2010).
- [A7] V. A. Slipko, Y. V. Pershin. Dynamics of spin relaxation in finite-size two-dimensional systems: an exact solution. *Physical Review B* 84, 075331 (2011).

- [A8] Valeriy A. Slipko and Yuriy V. Pershin. Kinetics of spin relaxation in quantum wires and channels: Boundary spin echo and formation of a persistent spin helix. Physical Review B 84, 155306 (2011).
- [A9] V. A. Slipko and Y. V. Pershin. Spin relaxation in Rashba rings. *Europhysics Letters* 95, 37004 (2011).
- [A10] V. A. Slipko, I. Savran and Y. V. Pershin Spontaneous Emergence of Persistent Spin Helix from Homogeneous Spin Polarization. Physical Review B 83, 193302 (2011).
- [A11] V. A. Slipko, N. A. Sinitsyn, Y. V. Pershin. Hybrid Spin Noise Spectroscopy and the Spin Hall Effect. Physical Review B 88, 201102(R) (2013).
- [A12] F. Li, Y. V. Pershin, V. A. Slipko, N. A. Sinitsyn. Nonequilibrium spin noise spectroscopy. Physical Review Letters 111, 067201 (2013).
- [A13] Y. V. Pershin, V. A. Slipko, D. Roy, N. A. Sinitsyn. Two-Beam Spin Noise Spectroscopy. Applied Physics Letters 102, 202405 (2013).
- [A14] V. A. Slipko, A. A. Hayeva, Y. V. Pershin. Decay of Persistent Spin Helix due to the Spin Relaxation at Boundaries. *Physical Review B* 87, 035430 (2013).
- [A15] Y. V. Pershin, V. A. Slipko, M. Di Ventra. Complex dynamics and scale invariance of one-dimensional memristive networks. Physical Review E 87, 022116 (2013).
- [A16] V. A. Slipko, Y. V. Pershin, M. Di Ventra. Changing the state of a memristive system with white noise. Physical Review E 87, 042103 (2013).
- [A17] Y. V. Pershin, V. A. Slipko, M. Di Ventra. Reconfigurable Transmission Lines with Memcapacitive Materials. Applied Physics Letters 107, 253101 (2015).
- [A18] V. A. Slipko, M. Shumovskyi, Y. V. Pershin. Switching Synchronization in One-Dimensional Memristive Networks. *Physical Review E 92*, 052917 (2015).
- [A19] V. A. Slipko, Y. V. Pershin. Metastable memristive lines for signal transmission and information processing applications. Physical Review E 95, 042213 (2017).

Valeriy Slipko