

*Prof. dr hab. Jacek Jeziński  
Katedra Metod Matematycznych Fizyki  
Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski*

## Recenzja pracy doktorskiej magistra Syed'a Naqvi

pt.

### „Exact Standing Wave Spacetime”

Treść rozprawy doktorskiej mgr. Syeda Naqviego jest zgodna z tytułem, dotyczy analizy geodezyjnych w kilku czasoprzestrzeniach reprezentujących grawitacyjne fale stojące. W szczególności analizowany jest układ dynamiczny — krzywe całkowite pola wektorowego opisującego równanie geodezyjnych. Ponadto jest też przedstawiona analiza równania Jacobiego, tzw. równanie dewiacji geodezyjnych. Główna część pracy poświęcona jest szczegółowej analizie tych dwóch równań dla trzech różnych klas czasoprzestrzeni (Gowdy'ego, bardzo specyficzne czasoprzestrzenie Gowdy'ego z polem elektromagnetycznym i Einsteina-Rosena).

Rozprawa składa się z wprowadzenia oraz trzech rozdziałów, uzupełnionych krótkim podsumowaniem, topologicznym dodatkiem oraz spisem literatury.

Część pierwsza (wprowadzenie) zawiera kilka różnych podrozdziałów wprowadzających:

- fale stojące
- podstawowe równania i tożsamości w Ogólnej Teorii Względności
- układy dynamiczne i chaos

Część druga zawiera wyniki opublikowane w *Phys. Rev. D* (103:024011, 2021). Autor prezentuje szereg nietrywialnych obliczeń związanych z analizą geodezyjnych

w czasoprzestrzeni Gowdy'ego (2.3-2.4). W szczególności sporo miejsca poświęca równaniu Jacobiego (dewiacji geodezyjnych).

Rozdział 3 zawiera ilustrację metod rozdziału drugiego dla przypadku metryki (3.3), która jest rozwiązaniem równań Einsteina-Maxwella z polem elektromagnetycznym (3.4).

W części czwartej analizowane są podobne zjawiska, ale dla cylindrycznych fal stojących (4.3-4.4) (wyniki częściowo opublikowane w Phys. Rev. D, 108:L081501, 2023). Autor skupił się na geodezyjnych czasowych na płaszczyźnie  $z=\text{const}$ , na co pozwala symetria czasoprzestrzeni. Prowadzi to do czterowymiarowej przestrzeni fazowej (dwuwymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej: czas  $t$  plus współrzędna cylindryczna/radialna  $\rho$ ), w której równanie geodezyjnych jako układ dynamiczny podane jest na str. 96 (brak odnośnika/numeru równania). Potem jest szereg rysunków ilustrujących numeryczne wyniki dla tego równania. W szczególności widać dużą czułość rozwiązań na warunki początkowe co sugeruje, że dynamika jest chaotyczna. Jest też użytych szereg zaawansowanych pojęć z teorii chaosu, które są co prawda zilustrowane na rysunkach, ale niedostatecznie wyjaśnione w tekście.

Rozdział piąty to krótkie podsumowanie.

Rozprawa jest napisana bardzo chaotycznie, wprowadzenie jest miejscami dość archaiczne, jest dużo rysunków nieczytelnych, w moim odczuciu jest po prostu za dużo obrazków. Pod względem dydaktycznym praca jest po prostu źle napisana. Nie przekreśla to wyników, ale bardzo utrudnia ich zrozumienie.

Na zakończenie mam kilka uwag i pytań szczegółowych.

- Układy dynamiczne i chaos – Po co zakładamy jednowymiarowe podprzestrzenie pierwiastkowe/niezmiennicze dla liniowego przybliżenia w punktach krytycznych (steady state)? Co to jest „smooth dynamical system”? Co to jest „standard dynamical systems text”?
- Dlaczego używamy afinicznej parametryzacji geodezyjnych i lagranżjanu kwadratowego w prędkościach? Co się zmieni, jak użyjemy lagranżjanu niezmienniczego względem reparametryzacji?
- Co to jest „x-phase space” i czym się różni od „phase space”? (str. 37)
- Nie można pisać  $\int_{S_t}$  (równanie 1.12) dla  $S_t = \partial V_t$ , a mieć na myśli całkę objętościową po  $V_t$ . Poprawnie jest tak:

$$\dot{V}_t = \int_{S_t} F \rfloor \Omega = \int_{V_t} \text{div} F \Omega$$

gdzie  $\Omega$  – forma objętości.

- Na niektórych rysunkach/wykresach nie wiadomo co jest na osiach. Np. Fig. 2.9, 2.10 ...
- Za mało geometryczny opis różnych rachunków, np. równanie 2.20 powinno wyglądać tak:  $(L|\partial_x) = \dots = c_x$ , wtedy jest jasne skąd ta stała.
- Czteropędność da się znormalizować jedynie dla czasowych geodezyjnych, dla zerowych nie (str. 65).

Uważam, że doktorantowi pomimo wielu uchybień dydaktycznych i językowych, udało się przedstawić nietrywialne wyniki naukowe.

Stwierdzam, że doktorant spełnił minimalne wymagania nałożone przez odpowiednie przepisy o stopniach naukowych i wnoszę o dopuszczenie mgr. Syeda Naqwiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

*Warszawa, 20 lutego 2024 roku*

*Jacek Geierowski*