

dr hab. Mariusz Krawiec, prof. UMCS
Instytut Fizyki
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
pl. M. Curie-Skłodowskiej 1
20-031 Lublin

Lublin, 4 kwietnia 2016

**Recenzja rozprawy doktorskiej pana mgr. Grzegorza Ruta
pt. „Quantum transport of Dirac fermions in single and bilayer graphene:
Chiral tunneling and quantum interference”**

Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska pana mgr. Grzegorza Ruta została wykonana na Wydziale Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie pod kierunkiem dr. hab. Adama Rycerza. Praca została napisana w języku angielskim i zgodnie z zapisem Ustawy o stopniach i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, została opatrzona streszczeniem w języku polskim. Rozprawa liczy 112 stron, z czego 58 stron to reprinty sześciu publikacji naukowych stanowiących podstawę ubiegania się p. Ruta o stopień doktora. Wszystkie te prace zostały opublikowane w latach 2014-2016 w bardzo dobrych czasopismach naukowych o zasięgu międzynarodowym: Physical Review B (2 prace), Europhysics Letters (1 praca), Journal of Physics: Condensed Matter (1 praca), Philosophical Magazine (1 praca) i Acta Physica Polonica A (1 praca). Prace są dwu-autorskie, gdzie współautorem jest promotor rozprawy. We wszystkich pracach pan Rut jest pierwszym autorem, co wskazuje na istotny wkład doktoranta w ich przygotowanie. Znaczący udział p. Ruta został także potwierdzony w stosownym oświadczeniu dr. hab. Adama Rycerza zamieszczonym na końcu rozprawy.

Zestaw publikacji został w rozprawie poprzedzony kilkustronicowym wstępem, zwięzłą prezentacją badanych układów i ich opisem teoretycznym, obszernym i dogłębnym omówieniem rezultatów badań zawartych w wymienionych publikacjach, podsumowaniem wraz ze wskazaniem możliwych kierunków dalszych badań oraz bibliografią zawierającą 126 pozycji. Struktura pracy jest przejrzysta z logicznym podziałem na rozdziały i podrozdziały, co znacznie ułatwia lekturę dysertacji. Nie mam większych uwag do strony redakcyjnej i tylko z czysto recenzenckiego obowiązku odnotowuję, że doktorant nie ustrzegł się drobnych uchybień językowych czy redakcyjnych. Dla przykładu wymienię tylko na stronie 5 słowo „zrowych” zamiast „zerowych”, czy powtarzające się słowo „degenerated” zamiast „degenerate”, itp. Oczywiście, takie drobne uchybienia nie wpływają na ocenę rozprawy.

Zgodnie z wymogami przepisów Ustawy publikacje wchodzące w zakres rozprawy doktorskiej stanowią zbiór spójny tematycznie. Problematyka rozprawy dotyczy zjawisk transportowych w balistycznych układach dwuwymiarowych (2D), w których realizuje się fizyka Diraca. Materiały takie charakteryzują się strukturą atomową tworzącą sieć typu plastra miodu, a najbardziej znanym przedstawicielem jest niewątpliwie grafen. Materiał ten przyciągnął ogromną uwagę badaczy z powodu

jego spektakularnych właściwości elektronowych, jak liniowa zależność dyspersyjna, czy ogromna ruchliwość nośników prądu. Sukces grafenu spowodował, że w ciągu ostatniej dekady zaczęto syntetyzować i intensywnie badać inne materiały o strukturze grafenu, jak np. silicen, germanen, stanen, czy dwuskładnikowe związki chemiczne. Pomimo tego, że w rozprawie główna uwaga skupiona jest na grafenie w jego oryginalnej postaci (monowarstwy atomowej) oraz na dwuwarstwie grafenowej, wyniki badań mogą być uogólnione, często bezpośrednio, na inne układy 2D z fermionami Diraca. Pod tym względem problematyka rozprawy jest bardzo aktualna i doskonale wpisuje się w główny nurt badań intensywnie prowadzonych na całym świecie.

Praca dotyczy badań teoretycznych przewodnictwa elektrycznego oraz bezpośrednio z nim związanych efektów kwantowych balistycznych układów 2D typu grafenowego. Główna uwaga skupiona została na transporcie w reżimie pseudodyfuzyjnym, który realizuje się w otoczeniu punktu Diraca, a w obecności zewnętrznego pola magnetycznego, również w pobliżu poziomów Landaua. Reżim pseudodyfuzyjny oznacza, że pomimo balistycznego charakteru układu, w transporcie elektrycznym pojawia się szum śrutowy z wartością czynnika Fano identycznym jak w przypadku drutów kwantowych znajdujących się w obszarze dyfuzyjnym. Zagadnienia związane z transportem pseudodyfuzyjnym w materiałach grafenowych, głównie w przypadku pojedynczej warstwy, są intensywnie eksplorowane od ponad dekady m. in. przez promotora rozprawy. Praca doktorska pana Ruta rozwija tę tematykę w kierunku bardziej złożonych układów, jak dwuwarstwa grafenu, czy dyski Corbino.

Rozdział pierwszy stanowi cenne i adekwatne wprowadzenie do tematyki pracy. Można w nim znaleźć krótki rys historyczny dotyczący narodzin układów 2D, w szczególności informacje o przewidywaniach Landaua na temat niestabilności układów ściśle dwuwymiarowych, które w moim odczuciu znacznie spowolniły próby wytworzenia materiałów 2D, czy podstawowe informacje o grafenie i obserwowanych w nim egzotycznych zjawiskach. W dalszej części tego rozdziału wprowadzono pojęcie transportu pseudodyfuzyjnego, wspomniano o jego związku ze zjawiskiem znanym jako *Zitterbewegung* (ruch drżący), krótko omówiono najważniejsze wyniki dotyczące wartości minimalnego przewodnictwa w pojedynczej i podwójnej warstwie grafenu oraz kwantowy relatywistyczny efekt Corbino. Na zakończenie przedstawiono cel pracy, którym jest wypełnienie luki w badaniach dotyczących transportu pseudodyfuzyjnego w dwuwarstwach grafenu i wyliczono zagadnienia, które doktorant postanowił rozwiązać w ramach rozprawy. Zagadnienia te są następujące:

- zależność przewodnictwa od rozmiaru układu,
- wpływ pola magnetycznego na kumulanty transferu ładunku (G , F i R) w granicy pseudodyfuzyjnej,
- kwantowy relatywistyczny efekt Corbino w obszarze tunelowania.

Dodatkowo, dla pojedynczej warstwy grafenu rozważano:

- wpływ niezerowego napięcia źródło-dren na magnetoprzewodnictwo dysku Corbino,
- kwantowanie przewodnictwa we fragmencie dysku.

W rozdziale drugim przedstawiono i omówiono efektywny niskoenergetyczny model zawierający fizykę Diraca w otoczeniu energii Fermiego, zarówno dla pojedynczej jak i dla podwójnej warstwy grafenu. Zaprezentowano również podejście Landauera-Büttikera, zaadaptowane od obecnej problematyki wraz z formułami opisującymi kumulanty transferu ładunku w przypadku nierównowagowym.

Rozdział trzeci poświęcony jest skalowaniu przewodnictwa w podwójnej warstwie grafenu, które było dyskutowane przez doktoranta w pracach [32], [75] i [96]. Właściwa dyskusja poprzedzona

została wstępem dotyczącym koncepcji skalowania w układach nieuporządkowanych oraz w pojedynczej warstwie grafenu. W przypadku dwuwarstwy grafenowej w reżimie pseudodyfuzyjnym wykazano, że przewodność właściwa zależy od rozmiaru układu. W moim przekonaniu jest to bardzo istotny wynik, gdyż po pierwsze wyjaśnia rozbieżności w wynikach eksperymentalnych wartości przewodności, a po drugie wskazuje na nietrywialną analogię pomiędzy zachowaniem się nieoddziałujących cząstek w balistycznej dwuwarstwie grafenowej a nieuporządkowanym układem oddziałujących fermionów Diraca. Kluczową rolę odgrywają tutaj przeskoki skośne pomiędzy warstwami grafenu. Problem ten rozważany był również w geometrii dysku Corbino, która pozwoliła na wyeliminowanie efektów związanych z orientacją krystalograficzną sąsiadujących warstw grafenu. Wyznaczono również wyższe kumulanty transferu ładunku, co doprowadziło do kolejnego istotnego wniosku, że pseudodyfuzyjny charakter transportu ładunkowego związany jest z charakterystyką szumu śrutowego układu, a nie ze stałą wartością przewodnictwa. Poruszono także problem przewodnictwa w przypadku niezerowej przerwy energetycznej, tzn. gdy pomiędzy sąsiadującymi warstwami grafenu występuje różnica potencjałów.

W rozdziale czwartym przedstawiono wyniki obliczeń magnetoprzewodnictwa dwuwarstwy grafenowej, które zostały opublikowane w pracach [32] i [75]. Badania te stanowią udaną próbę odpowiedzi na pytanie jak dodatkowa degeneracja dwóch najniższych poziomów Landaua zmodyfikuje właściwości transportowe układu. Zaniedbując przeskoki skośne pomiędzy warstwami wykazano, że przewodnictwo w punkcie Diraca nie zależy od pola magnetycznego, natomiast przewodnictwo wyższych poziomów Landaua jest dwukrotnie mniejsze, czyli jak dla pojedynczej warstwy. Jest to związane z różną wartością degeneracji odpowiednich poziomów Landaua. Przewodnictwo można dodatkowo zmniejszyć przykładając zewnętrzne pole elektryczne, które znosi degenerację poziomów Landaua. W tym przypadku przewodnictwo każdego poziomu Landaua jest równe połowie wartości przewodnictwa pojedynczej warstwy, a wyższe kumulanty transferu ładunku zachowują się identycznie jak w monowarstwie. Uwzględnienie przeskoków skośnych prowadzi do modyfikacji magnetoprzewodnictwa, głównie z powodu deformacji trójkątnej struktury pasmowej (*trigonal warping*). W takiej sytuacji, jeśli rozważamy układ z periodycznymi warunkami brzegowymi, mogą pojawić się dudnienia charakterystyk magnetoprzewodnictwa.

Rozdział piąty traktuje o kwantowym relatywistycznym efekcie Corbino. Efekt ten przejawia się w oscylacyjnym charakterze przewodnictwa i wyższych kumulant transferu ładunku w funkcji zewnętrznego pola magnetycznego w strukturach grafenowych o geometrii dysku Corbino, a związany jest z ograniczoną liczbą kanałów przewodnictwa. Temat ten adresowany był w publikacjach doktora [75], [103] i [112]. W dwuwarstwowym dysku Corbino, bez uwzględnienia przeskoków skośnych, w obecności jednorodnego pola magnetycznego uzyskano wyniki podobne do przypadku jednowarstwowego. Przewodnictwo w punkcie Diraca wykazuje charakter oscylacyjny w funkcji strumienia pola magnetycznego przechodzącego przez dysk. Otrzymano analityczne formuły na maksymalną wartość przewodnictwa. Uwzględnienie przeskoków skośnych pomiędzy warstwami grafenu, podobnie jak dla geometrii prostokątnej, prowadzi do pojawienia się efektów dudnienia charakterystyk magnetoprzewodnictwa i kumulant wyższego rzędu w punkcie Diraca. Okres dudnień jest mniej regularny niż w przypadku układów o geometrii prostokątnej, ale nadal jest proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z ilorazu wartości pola magnetycznego i całki przeskoków skośnych. Zależność tę można wykorzystać do eksperymentalnego wyznaczenia wartości całek przeskoków skośnych.

Kwantowy relatywistyczny efekt Corbino badany był również poza obszarem liniowej odpowiedzi. W granicy nieskończonego pola magnetycznego przewodnictwo znika dla dowolnego niezerowego napięcia, a średnie wartości wyższych kumulant dążą do odpowiednich asymptotycznych wartości. Co ciekawe, wartości te nie zależą od parametrów geometrycznych dysku.

Naturalnym dalszym krokiem było sprawdzenie, czy kwantowy relatywistyczny efekt Corbino posiada swój odpowiednik w zwykłym dwuwymiarowym gazie elektronów swobodnych. Okazało się, że odpowiedź na to pytanie jest negatywna. Efekt ten jest zjawiskiem czysto relatywistycznym i nie ma odpowiednika w układach nierelatywistycznych. Jest to bardzo interesujący wynik, potwierdzający, że nowe materiały 2D z nośnikami Diraca stanowią wyjątkową klasę układów z niekonwencjonalnymi właściwościami elektronowymi.

W rozdziale szóstym przedyskutowano zagadnienie kwantowania przewodnictwa w strukturach grafenowych o geometrii prostokątnej i fragmencie dysku Corbino na podstawie publikacji G. Rut, A. Rycerz, Acta. Phys. Pol. A. **126**, 114 (2014). Wcześniejsze badania pokazały, że o ile przewodnictwo w nanowstążkach grafenowych (*graphene nanoribbons*) przewodnictwo jest skwantowane, to w grafenowym dysku Corbino efekt ten nie występuje. Postawiono zatem pytanie o to jaka będzie natura przewodnictwa we fragmencie dysku Corbino, który może być uważany jako rodzaj struktury pośredniej pomiędzy nanowstążką a dyskiem Corbino. Rzeczywiście, przewodnictwo jest skwantowane tylko dla niewielkich kątów rozwarcia fragmentu dysku i dużego stosunku jego promieni. Podano również analityczne formuły na pojawienie się n -tego stopnia przewodnictwa.

Podczas lektury rozprawy nasunęły mi się następujące dwie uwagi:

- W badaniach prawie całkowicie pominięte zostały spinowe stopnie swobody. O ile zaniedbanie rozszczepienia Zeemana może być uzasadnione, jako że jest dość małe, rzędu 1 meV w polu magnetycznym o indukcji 10 T, to sprzężenie spin-orbita, w szczególności typu Rashby, już niekoniecznie. Co więcej, w przypadku dwuwarstwy grafenu uwzględnienie oddziaływania Rashby prowadzi do asymetrycznego spinowego rozszczepienia poziomów Landaua i ich przecinania się. Uwzględnienie więc oddziaływania spin-orbita typu Rashby może znacznie zmodyfikować rezultaty obliczeń prezentowane w rozprawie.
- W ostatnim rozdziale podsumowującym wyniki badań poruszona została kwestia wrażliwości otrzymanych rezultatów na dodatkowe czynniki występujące zwykle w realnych układach. Zaliczono do nich nieporządek, oddziaływania kulombowskie i naprężenia sieci. Całkowicie zgadzam się z tezą, że czynniki te mogą znacznie zmodyfikować rezultaty otrzymane w rozprawie. Jednakże chciałbym zwrócić uwagę na jeszcze jeden czynnik, być może najistotniejszy z punktu widzenia możliwości eksperymentalnej weryfikacji wyników, mianowicie, na temperaturę, której wpływ został pominięty w badaniach, jak zresztą przyznaje autor w rozdziale drugim rozprawy. Część zjawisk opisanych tutaj wymaga silnych pól magnetycznych. O ile pola takie dostępne są w laboratoriach doświadczalnych, podobnie jak bardzo niskie temperatury, to uzyskanie jednocześnie silnych pól magnetycznych i niskich temperatur wymaga sporego wysiłku. Z tego też powodu wpływ temperatury na otrzymane wyniki teoretyczne wydaje się być dość istotny.

Podsumowując wyniki opisane w rozprawie doktorskiej pana magistra Grzegorza Ruta chciałbym podkreślić bardzo spójny charakter przeprowadzonych badań zarówno pod względem tematyki jak i użytego aparatu matematycznego. Za jego osiągnięcie należy uznać przeprowadzenie szczegółowej i profesjonalnej analizy teoretycznej procesów transportowych w złożonych układach grafenowych, która doprowadziła do ważnych i ciekawych rezultatów wyjaśniających pewne obserwacje eksperymentalne lub proponujących nowe zjawiska. Możliwe to było dzięki opanowaniu przez doktoranta zaawansowanych metod teoretycznych i sporej biegłości w implementacji numerycznej. Na uwagę zasługuje również wysiłek, jaki został włożony w możliwie wierny opis rzeczywistych układów poprzez dobór odpowiednich i realistycznych parametrów rozważanych modeli teoretycznych.

Nie mam najmniejszych wątpliwości, że wyniki uzyskane w trakcie realizacji doktoratu istotnie poszerzają naszą wiedzę o transporcie ładunkowym w dwuwymiarowych sieciowych układach fermionów Diraca. Recenzowana rozprawa spełnia wszystkie zwyczajowe i ustawowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim i z pełnym przekonaniem wnoszę o dopuszczenie pana magistra Grzegorza Ruta do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Zakres przeprowadzonych badań, ich złożoność i interpretacja uzyskanych rezultatów zasługują na szczególne uznanie i sądzę, że rozprawa ta powinna zostać wyróżniona, o co będę wnioskował w osobnym piśmie.



Mariusz Krawiec